

## ОТЗЫВ

**официального оппонента на диссертационную работу  
Талбакова Фарходжона Махмадшоевича «Об абсолютной  
сходимости рядов Фурье равномерных почти-периодических  
функций и некоторые вопросы их аппроксимации», представленную  
на соискание ученой степени кандидата физико-математических  
наук по специальности 01.01.01 — вещественный, комплексный и  
функциональный анализ**

**Актуальность темы исследования.** Диссертационная работа посвящена нахождению достаточных условий абсолютной сходимости рядов Фурье почти-периодических функций в равномерной метрике, приближению таких классов функций некоторым частным суммам Фурье и Марцинкевича и установлению принадлежности целых функций ограниченной степени к классу равномерных почти-периодических функций. Среди всех тригонометрических рядов, ряд Фурье является одним из основных аналитических аппаратов для изображения периодических и почти-периодических функций. Одной из актуальных проблем теории почти-периодических функций является исследование признаков сходимости тригонометрических рядов, а в случае их расходимости изучение суммируемости таких рядов, аналоги которых ранее проводились в пространстве периодических функций. Такой подход естествен, потому что между теориями почти-периодических функций и периодических функций имеется много аналогий, ибо периодическая функция является подклассом почти-периодических функций. Как и в случае периодических, для почти-периодических функций можно отнести ряд Фурье, где почти-период почти-периодических функций определяет показатели Фурье этой функции. В работах Ю.Муселиака, Б.М.Левитана, Н.П.Купцова, Я.Г.Притулы Е.А.Бредихиной, А.С.Джафарова и Г.А.Мамедова, М.Ф.Тимана, Ю.Х.Хасанова получены ряд необходимых и достаточных условий абсолютной сходимости рядов Фурье почти-периодических в смысле Бора, Безиковича и Степанова функций. Актуальность темы диссертационной работы заключается в том, что в ней изучены и исследованы новые условия абсолютной сходимости рядов Фурье равномерных почти-периодических функций и рассмотрены приближения таких функций некоторыми частными суммами и интегралами. Также в работе получены ряд необходимых и достаточных условий принадлежности целых функций ограниченной степени к классу равномерных почти-периодических функций.

**Оценка содержания диссертации.** Диссертационная работа Ф.М.Талбакова состоит из введения, двух глав, заключения, списка литературы из 63 наименований, и изложена на 84 страницах машинописного текста. Во введении даётся исторический обзор результатов, связанных с темой работы, обосновывается актуальность выбранной темы и приводятся формулировки основных

результатов.

**Первая глава** диссертации состоит из четырех параграфов и посвящена получению достаточных условий абсолютной сходимости рядов Фурье почти-периодических в смысле Бора Функций ( $f(x) \in \mathbf{B}$ ). Первый параграф первой главы носит вспомогательный характер, где приведены основные определения и понятия, которые используются для получения результатов диссертационной работы.

Во втором параграфе первой главы исследуются достаточные условия абсолютной сходимости рядов вида

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} |A_k|^{\beta} |k|^{\gamma} \quad (\beta > 0, \gamma > 0), \quad (1)$$

когда для показателей Фурье выполняются условия

$$\lambda_k > 0 \ (k > 0), \ \lambda_{-k} = -\lambda_k, \ |\lambda_k| < |\lambda_{k-1}| \ (k = 1, 2, \dots), \ \lim_{k \rightarrow \infty} |\lambda_k| = 0.$$

В третьем параграфе первой главы изучается вопрос об абсолютной сходимости рядов (1), имеющих предельную точку в бесконечности

$$\lambda_k > 0 \ (k > 0), \ \lambda_{-k} = -\lambda_k, \ |\lambda_k| > |\lambda_{k-1}| \ (k = 1, 2, \dots).$$

В четвертом параграфе первой главы вышеприведенные результаты получены и для рядов Фурье с малыми пропусками, то есть когда этот ряд допускает малые пропуски вида

$$n_{k+1} - n_k \geq \frac{4\pi}{\eta}.$$

Вторая глава диссертационной работы посвящена исследованию аппроксимации равномерных почти-периодических функций некоторыми суммами и интегралами Фурье, а также получены необходимые и достаточные условия принадлежности класса целых функций ограниченной степени к классу почти-периодических функций. Здесь же изучаются вопросы приближения равномерных почти-периодических функций суммами типа Марцинкевича.

**Новизна полученных результатов.** Основными достижениями автора при выполнении диссертационной работы являются следующие результаты:

- найдены достаточные условия абсолютной сходимости рядов Фурье равномерных почти-периодических функций, когда: а) их спектр имеет единственную предельную точку в бесконечности; б) их спектр имеет единственную предельную точку в нуле, при этом в качестве структурной характеристики функций, используется величина, построенная на базе преобразования Лапласа;
- аналогичные результаты получены для рядов Фурье равномерных почти-периодических функций с малыми пропусками;

- установлены условия отклонения функций  $f(x) \in \mathbf{B}$  от сумм типа Марцинкевича, частных сумм и интеграла Фурье в равномерной метрике;
- доказаны условия принадлежности целых функций ограниченной степени к классу почти-периодических функций.

**Степень достоверности и апробация результатов исследования.** Научные положения, выводы и рекомендации, приведённые в диссертации, обоснованы строгими математическими доказательствами с применением общих методов теории рядов Фурье и теории почти-периодических функций. Достоверность и новизна полученных автором результатов не вызывает сомнений.

Основные результаты диссертации неоднократно обсуждались на международных научных конференциях, проходивших в Республике Таджикистан и Российской Федерации. Они опубликованы в научной печати, в том числе, в 4 публикациях в журналах из перечня рецензируемых научных журналов и изданий, рекомендованных ВАК при Президенте Республики Таджикистан.

**Теоретическая и практическая значимость полученных результатов.** Результаты, полученные в диссертационной работе, носят как теоретический, так и практический характеры и могут найти применение в дальнейшем развитии теории рядов Фурье почти-периодических функций. Приведенные в работе исследования могут быть использованы в специальных курсах по специальности «Математика» для студентов и аспирантов высших учебных заведений.

**Достоинство и недостатки по содержанию и оформлению диссертации, влияние отмеченных недостатков на качество исследования.** Достоинство диссертационной работы Талбакова Ф.М. заключается в том, что найдены новые достаточные условия сходимости рядов Фурье функций  $f(x) \in \mathbf{B}$  и установлены ряд оценок сверху приближения таких функций некоторым интегралам и частным суммам.

К диссертационной работе имеются некоторые замечания по оформлению и содержанию, которые легко могут быть устранены:

1. В диссертации и автореферате иногда встречаются ошибки и опiski, например, в диссертации на стр.8 в формуле (1.1.1) сумма принимает значение от  $m = 1$  до  $\infty$ , а не  $m = -\infty$  до  $\infty$ , также на стр.14, 4-я строка снизу вместо « $\varepsilon$  такие» написано « $\varepsilon$ такие»;
2. На стр.38-40 диссертационной работе написано «арифметические средние», но на стр.41 написано «средние арифметические», должно быть среднее арифметическое;
3. В работе недостаточно приведены основные положения и свойств почти-периодических функций, кроме того в тексте пишется  $f(x) \in \mathbf{B}$ , но предполагается, что  $f(x)$  является  $\mathbf{B}$  – почти-периодической, но об этом соглашении нигде не упомянуто;

4. На стр.15 диссертационной работе, 8-я строка снизу, автор ссылается на литературе [20], но должно быть [21];
5. В конце диссертационной работы приведен список литературы, в которой на некоторых из них диссертант не ссылается, например, на литературы под номером 24, 37, 40 и 42 в тексте диссертации ссылка не обнаруживалась.

Отметим, что все эти недостатки имеют технический характер и не влияют на общую положительную оценку диссертационной работы.

**Соответствие автореферата основному содержанию диссертации.** Автореферат диссертации полностью отражает её содержание. Оформление диссертации и автореферата соответствуют всем требованиям, предъявляемым к кандидатским диссертациям.

**Заключение о соответствии диссертации критериям, установленным «Положением о присуждении учёных степеней».** На основании вышеизложенного считаем, что диссертационная работа Талбакова Фарходджона Махмадшоевича «Об абсолютной сходимости рядов Фурье равномерных почти-периодических функций и некоторые вопросы их аппроксимации» соответствует всем требованиям ВАК при Президенте Республики Таджикистан, а её автор Талбаков Ф.М. заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 — вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Официальный оппонент:

доктор физико-математических наук по специальности 01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ, профессор

Ректор Хорогского государственного университета им. М.Назаршоева

15.03.2021 г.



Юсуфзода Г.А.

Место работы: 734000, г.Хорог, ул. Шахромур,109,  
Хорогский государственный университет им. М.Назаршоева  
Тел.: (8372)24975; (+992)93-500-22-14.  
E-mail: yusufzoda.gulzorkhon@gmail.com

Подпись Г.А.Юсуфзода подтверждаю.  
Начальник ОК ХоГУ им. М.Назаршоева



Шабдолов К.