

ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертационную работу Хайруллоева Шамсулло Амруллоевича «Нули производных функций Харди и Дэвенпорта-Хейльбронна, лежащие в коротких промежутках критической прямой», представленную на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.06 – Математическая логика, алгебра и теория чисел

Актуальность темы исследования. Диссертационная работа Хайруллоева Ш.А. посвящена исследованию в аналитической теории чисел, в котором решена задача о длине промежутка критической прямой содержащего нуль нечётного порядка производной j -го порядка функции Харди. Найдены равномерные по параметрам оценки специальных тригонометрических сумм, которые затем применяются при нахождении оценки количества нулей функции Дэвенпорта-Хейльбронна, лежащих на коротких промежутках критической прямой. Полученные в работе результаты и применяемый автором аппарат исследования важны, в частности, для теории нулей L -рядов Дирихле, а также в целом для задач аналитической теории чисел.

Оценка содержания диссертации. Диссертационная работа состоит из введения, четырёх глав основного текста, обсуждения полученных результатов, заключения и списка литературы, насчитывающего 360 наименований.

Во введении дан короткий обзор литературы, поставлена задача исследования и перечислены основные результаты, выносимые на защиту, а также семинары и конференции, на которых проходила апробация работы.

В первом главе изложен обзор изученной литературы, приведены основы теоретико-методологического исследования, проанализированы существующие проблемы и полученные результаты, а также нерешённые задачи по теме диссертационной работы.

Вторая глава состоит из пяти параграфов и посвящена оценке сверху величины длины промежутка критической прямой, в котором содержится

нуль нечётного порядка производной j -го порядка функции Харди ($j \geq 1$), которая сведена к задаче оптимизации по множеству всех экспоненциальных пар. Пользуясь методом оптимизации экспоненциальных пар, удалось найти новую оценки сверху длин промежутков критической прямой, содержащих нули производной j -го порядка функции Харди, то есть доказано, что *промежуток $(T, T + H)$, при натуральном $j \geq 3$, $T \geq T_0(j) > 0$, $c = c(j) > 0$, имеет нуль нечётного порядка функции $Z^{(j)}(t)$, если*

$$H \geq cT^{\frac{1}{6+6j} - \frac{1}{6(1+j)(19+18j)}} (\ln T)^{\frac{2}{j+1}}.$$

В частности, в этой главе получены новые оценки сверху величины длин промежутков критической прямой, в которых содержится нуль нечётного порядка производных первого и второго порядка функции Харди.

Отметим, что полученные результаты являются обобщением и улучшением известных результатов, полученных в работах А.А.Карацубы.

Третья глава диссертационной работы посвящена оценкам специальных тригонометрических сумм и суммы Сельберга. В этой главе найдены новые равномерные по параметрам оценки специальных тригонометрических сумм $W_j(T)$, $j = 0, 1, 2$, которые применяются при выводе оценки количества нулей функции Дэвенпорта-Хейльбронна в коротких промежутках критической прямой. Также в этой главе получена асимптотическая формула для суммы Сельберга $S(Y)$ и оценка сверху для суммы $W(\theta)$.

Четвёртая глава диссертационной работы состоит из четырёх параграфов и посвящается исследованию нулей нечётного порядка функции Дэвенпорта-Хейльбронна, лежащих на критической прямой. Используя оценки тригонометрических сумм $W_j(T)$, $j = 0, 1, 2$, полученных в третьей главе, а также поведением суммы А. Селберга, задача о количестве нулей нечётного порядка функции Дэвенпорта-Хейльбронна в коротких промежутках критической прямой, сведена к задаче отыскания экспоненциальных пар, также усилено неравенство А.А.Карацубы о количестве нулей функции Дэвенпорта-Хейльбронна, лежащих в коротких

промежутках критической прямой, притом для промежутков, имеющих более короткую длину.

Новизна полученных результатов. Основными достижениями автора при выполнении диссертационной работы являются следующие результаты:

- задача об оценке сверху величины длины промежутка критической прямой, в котором заведомо содержится нуль нечётного порядка производной j -го порядка функции Харди, сведена к задаче оптимизации по множеству всех экспоненциальных пар;
- найдены новые оценки сверху величины длин промежутков критической прямой, в которых заведомо содержатся нули нечётного порядка производной j -го порядка функции Харди;
- получены новые равномерные по параметрам оценки тригонометрических сумм $W_j(T)$, $j = 0; 1; 2; 3$ в терминах экспоненциальных пар, которые возникают при исследовании нулей нечётного порядка функции Дэвенпорта-Хейльбронна в коротких промежутках критической прямой;
- с использованием новых равномерных по параметрам оценок тригонометрических сумм задача об оценке количества нулей нечётного порядка функции Дэвенпорта-Хейльбронна сведена к задаче отыскания экспоненциальных пар;
- усилено неравенство А.А.Карацубы о количестве нулей функции Дэвенпорта-Хейльбронна, лежащих в коротких промежутках критической прямой, притом для промежутков, имеющих более короткую длину.

Степень достоверности и апробация результатов исследования.

Научные положения, выводы и рекомендации, приведённые в диссертации, обоснованы строгими математическими доказательствами с применением методов аналитической теории чисел. Достоверность и новизна полученных автором результатов не вызывает сомнений.

Основные результаты диссертации неоднократно обсуждались на международных научных конференциях, проходивших в Республике Таджикистан и Российской Федерации. Они опубликованы в научной печати, в том числе, в 18 публикациях в журналах из перечня рецензируемых научных журналов и изданий, рекомендованных ВАК при Президенте Республики Таджикистан и ВАК Министерства образования и науки РФ. Три из этих работ входят в международные библиографические и реферативные базы данных Web of Science и Scopus.

Теоретическая и практическая значимость полученных результатов. Результаты, полученные в диссертационной работе, носят теоретический характер и могут найти применение в дальнейшем развитии теории нулей дзета-функции Римана, при дальнейших исследованиях нулей рядов Дирихле, в том числе, линейных комбинациях L -рядов Дирихле, для которых не выполняется гипотеза Римана о нулях в критической прямой.

Приведенные в работе исследования могут быть использованы в специальных курсах по специальности «Математика» для студентов и аспирантов высших учебных заведений.

Достоинство и недостатки по содержанию и оформлению диссертации, влияние отмеченных недостатков на качество исследования. Безусловное достоинство диссертационной работы Хайруллоева Ш.А. заключается в том что в ней получены новые оценки сверху длины промежутка критической прямой, в котором содержится нуль нечётного порядка производной j -го порядка функции Харди, и оценка количества нулей функции Дэвенпорта-Хейльбронна в коротких промежутках критической прямой являются новыми и наилучшими.

К числу недостатков работы можно отметить имеющиеся некоторые опечатки и грамматические ошибки. Например:

- на стр. 15 автореферата в пункте «Структура диссертации и объём», вместо слово «четырёх» написано «трёх»;
- на стр. 17 автореферата при оформлении теоремы 2.3.1 после (κ, λ) пропущена дефис «-», такой опечатка имеется и на стр. 24 автореферата;

- на стр. 22 автореферата, 2-я строка снизу вместо «риманово типа» написано «римановского типа».

Однако отметим, что все замеченные недостатки имеют технический характер и не влияют на общую оценку диссертационной работы в целом.

Соответствие автореферата основному содержанию диссертации.

Автореферат диссертации достаточно полно отражает её содержание. Оформление диссертации и автореферата соответствует требованиям.

Заключение о соответствии диссертации критериям, установленным «Положением о присуждении учёных степеней». На основании вышеизложенного считаю, что диссертационная работа Хайруллоева Шамсулло Амруллоевича «Нули производных функций Харди и Дэвенпорта-Хейльбронна, лежащие в коротких промежутках критической прямой» соответствует всем требованиям ВАК при Президенте Республики Таджикистан, а её автор Хайруллоев Шамсулло Амруллоевич заслуживает присуждения ему ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.06 – Математическая логика, алгебра и теория чисел.

Официальный оппонент, доктор физико-математических наук, профессор кафедры математических дисциплин и современного естествознания Таджикского государственного университета права, бизнес и политики

Байзаев С.

Контактная информация:

Таджикский государственный университет права, бизнеса и политики

735700, г. Худжанд; 17 мкр-р., дом 1

Веб сайт: www.tsulbp.tj

E-mail: sattor_bayzoev@rambler.ru

Телефон: (83422)2-38-11

Подпись С. Байзаева заверяю:

^ Начальник УК и

специальных работ ТГУ ЦВП



И.Х. Мирпочоев

12.12.2022г.