

**«УТВЕРЖДАЮ»**

Ректор Таджикского  
национального университета,  
профессор



К.Х. Хушвахтзода

» 09 2022 г.

## **ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

### **Таджикского национального университета**

Диссертация Хайруллоева Шамсулло Амруллоевича «Нули производных функций Харди и Дэвенпорта-Хейльбронна, лежащие в коротких промежутках критической прямой» выполнена на кафедре алгебры и теории чисел Таджикского национального университета.

Хайруллоев Шамсулло Амруллоевич защитил кандидатскую диссертацию в 2009 году на тему «Расстояние между соседними нулями дзета-функции Римана, лежащими на критической прямой» в диссертационном совете К 047.007.01 при Институте математики им. А.Джураева Академии наук Республики Таджикистан, диплом к.ф.-м.н., ДКН № 087891.

В период подготовки докторской диссертации соискатель Хайруллоев Шамсулло Амруллоевич был докторантом кафедры алгебры и теории чисел Таджикского национального университета.

Научный консультант: Рахмонов Зарулло Хусенович - доктор физико-математических наук, академик НАНТ, профессор, директор Института математики им. А. Джураева Национальной академии наук Таджикистана.

По итогам обсуждения принято следующее

## **ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

Диссертация Хайруллоева Ш.А. на тему «Нули производных функций Харди и Дэвенпорта-Хейльбронна, лежащие в коротких промежутках критической прямой», представленная на соискание учёной степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.06 – «Математическая логика, алгебра и теория чисел», соответствует критериям, предъявляемым к докторским диссертациям Положения о порядке присуждения ученых степеней (Приложение 2 к постановлению Правительства Республики Таджикистан от 30 июня 2021 года, № 267) и является завершённой научно-квалификационной работой, в которой решены научные проблемы

аналитической теории чисел, а именно по множеству всех экспоненциальных пар найдена нижняя грань длины промежутка критической прямой, содержащей нуль нечётного порядка производной  $j$ -го порядка функции Харди, усилено неравенство А.А.Карацубы о количестве нулей функции Дэвенпорта-Хейльбронна, лежащих в коротких промежутках критической прямой, притом для промежутков, имеющих более короткую длину.

Диссертация к защите представляется впервые.

Основные результаты диссертации опубликованы в следующих статьях:

1. Хайруллоев Ш.А. О нулях функции Харди и её производных, лежащих на критической прямой // Чебышевский сборник. 2019. Т. 20. Вып. 4(72). С. 335-348. DOI: <https://doi.org/10.22405/2226-8383-2019-20-4-357-370> (SCOPUS)
2. Рахмонов З.Х., Хайруллоев Ш.А., Аминов А.С. Нули функции Дэвенпорта-Хейльбронна в коротких промежутках критической прямой // Чебышевский сборник. 2019. Т. 20. Вып.4(72). С. 271-293. DOI:<https://doi.org/10.22405/2226-8383-2019-20-4-306-329>(SCOPUS)
3. Хайруллоев Ш.А. О вещественных нулях производной функции Харди // Чебышевский сборник. 2021. Т.22. Вып. 5 (81). С. 235-242. DOI:<https://doi.org/10.22405/2226-8383-2021-22-5-235-242>(SCOPUS)
4. Хайруллоев Ш.А. Нули функции Харди и её производной, лежащие на критической прямой // Монография. Изд. Русайнс. Москва 2022 г. 88 с. ISBN: 978-5-4365-5281-1 <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=47309729>
5. Хайруллоев Ш.А. Расстояние между соседними нулями производной  $j$ -го порядка функции Харди // Доклады Национальной Академии наук Таджикистана. 2021. Т. 64. № 3-4. С. 129-134.
6. Хайруллоев Ш.А. О соседних нулях производной  $n$ -го порядка функции Харди // Доклады АН Республики Таджикистан. 2019. Т. 62. № 3-4. С. 145-149.
7. Хайруллоев Ш.А. Расстояние между соседними нулями производной  $j$ -го порядка функции Харди // Доклады АН Республики Таджикистан. 2016. Т. 59. № 5-6. С. 185-187.
8. Хайруллоев Ш.А. О расстоянии между соседними нулями производной первого порядка функции Харди // Доклады АН Республики Таджикистан. 2014. Т. 57. № 4. С.263-266.
9. Хайруллоев Ш.А. О нулях арифметических рядов Дирихле, не имеющих Эйлерова произведения // Известия Академии наук Республики Таджикистан. Отделение физико-математических, химических, геологических и технических наук. 2018. № 4(173). С. 7-25.

10. Рахмонов З.Х., Хайруллоев Ш.А. О нулях дзета-функции Римана на критической прямой // Вестник Таджикского национального университета. Спецвыпуск посвящён году образования и технических знаний. 2010. С.35-40.
11. Хайруллоев Ш.А. Нули дзета-функции Римана, лежащие на коротких промежутках критической прямой // Ученые записки Худжандского государственного университета им. академика Б. Гафурова. Серия естественные и экономические науки. 2017. № 1(40). С. 65-72.
12. Хайруллоев Ш.А. Об оценке специальной тригонометрической суммы // Вестник Таджикского национального университета. Серия естественных наук. 2017. № 1/5. С. 125-128.
13. Хайруллоев Ш.А. О нулях производной второго порядка функции Харди // Вестник Таджикского национального университета. Серия естественных наук. 2019. № 2. С. 57-61.
14. Хайруллоев Ш.А. Об оценке кратной тригонометрической суммы // Вестник Таджикского национального университета. Серия естественных наук. 2019. № 4. С. 25-32.
15. Хайруллоев Ш.А. Нули функции Дэвенпорта-Хейльбронна, лежащие на критической прямой и не имеющие Эйлерова произведения // Вестник Таджикского национального университета. Серия естественных наук. 2020. № 1. С. 45-56.
16. Хайруллоев Ш.А. О нулях производной  $j$ -го порядка функции Харди // Вестник Таджикского национального университета. Серия естественных наук. 2021. № 2. С. 52-60.
17. Хайруллоев Ш.А. Нули производной функции Харди, лежащие на критической прямой // Вестник Бохтарского государственного университета им. Носира Хусрава. Серия естественных наук. 2021. № 2-4(93). С. 5-13.
18. Хайруллоев Ш.А. Нули производной первого порядка функции Харди // Ученые записки Худжандского государственного университета им. академика Б. Гафурова. Серия естественные и экономические науки. 2014. № 2(29), ч.1. С.335-336.
19. Хайруллоев Ш.А. О соседних нулях производной первого порядка функции Харди // Вестник Таджикского национального университета. Серия естественных наук. 2017. № 1-1. С. 25-28.

**Степень обоснованности** полученных в диссертационной работе научных результатов подтверждается строгими математическими доказательствами, полученными в результате применения современных

методов аналитической теории чисел, а именно метода оценки специальных тригонометрических сумм Ван дер Корпута, метода оптимизации экспоненциальных пар, аналитических методов, применяемых в теории функции комплексного переменного.

### **Актуальность и целесообразность диссертационной работы.**

Актуальность и целесообразность диссертационной работы определяются тем, что полученные результаты об оценке длины промежутка критической прямой, в котором заведомо содержится нуль нечётного порядка производной  $j$ -го порядка функции Харди, и оценка количества нулей функции Дэвенпорта-Хейльбронна в коротких промежутках критической прямой являются новыми и наилучшими. Ранее лучшие результаты по этим задачам принадлежали английским математикам Г.Харди, Дж.Литлвуду, Г.Дэвенпорту, Г.Хейльбронну, норвежскому математику А.Селбергу, чешскому математику Я.Мозеру и советским математикам С.М. Воронину и А.А.Карацубе.

### **Основные результаты.**

Все основные результаты диссертации являются новыми, представляют теоретический интерес и состоят в следующем:

1. задача об оценке сверху величины длины промежутка критической прямой, в котором заведомо содержится нуль нечётного порядка производной  $j$ -го порядка функции Харди сведена к задаче оптимизации по множеству всех экспоненциальных пар;
2. найдены новые оценки сверху величины длин промежутков критической прямой, в которых заведомо содержатся нули нечётного порядка производной  $j$ -го порядка функции Харди;
3. получены новые равномерные по параметрам оценки тригонометрических сумм  $W_j(T)$ ,  $j = 0; 1; 2; 3$  в терминах экспоненциальных пар, которые возникают при исследовании нулей нечётного порядка функции Дэвенпорта-Хейльбронна в коротких промежутках критической прямой;
4. воспользовавшись новыми равномерными по параметрам оценками тригонометрических сумм, задача об оценке количества нулей нечётного порядка функции Дэвенпорта-Хейльбронна сведена к задаче отыскания экспоненциальных пар;
5. усилено неравенство А.А.Карацубы о количестве нулей функции Дэвенпорта-Хейльбронна лежащих в коротких промежутках критической прямой, притом для промежутков, имеющих более короткую длину.

**Основные результаты работы** докладывались на следующих международных конференциях и семинарах:

- международная конференция «Современные проблемы анализа и преподавания математики», посвящённая 105-летию академика С.М. Никольского. г. Москва, МГУ им. М.В. Ломоносов, 17-19 мая 2010 г.;
- VIII-ая международная конференция «Алгебра и теории чисел: Современные проблемы и приложения», посвящённая 190-летию П.Л.Чебышева и 120-летию И.М. Виноградова, г.Саратов, 12-17 сентября 2011 г.;
- международная конференция «Комплексный анализ и его приложения в дифференциальных уравнениях и теории чисел». г.Белград. 17-21 октября 2011 г.;
- международная конференция «Современные проблемы теории дифференциальных уравнений и математического анализа», посвящённая 80-летию академика НАНТ Джураева А.Д., Душанбе, 07-08 декабря 2012 г.;
- международная научная конференция «Современные проблемы теории функций и дифференциальных уравнений», посвящённая 85-летию академика АН РТ Михайлова Л.Г., Душанбе, 17-18 июня 2013 г.;
- международная научно-практическая конференция «Наука и инновационные разработки – северу». Россия, г.Мирный, 10-12 марта 2014 г.;
- XIII-ая международная конференция «Алгебра, теория чисел и дискретная геометрия: современные проблемы и приложения», посвящённая 80-летию со дня рождения профессора С.С. Рышкова. Россия, г. Тула, 25-30 мая 2015 г.;
- XIV-ая международная конференция «Алгебра и теория чисел: современные проблемы и приложения», посвящённая 70-летию со дня рождения Г.И.Архипова и С.М.Воронина, г.Саратов, 12-15 сентября 2016 г.;
- международная научная конференция «Актуальные проблемы прикладной математики и физики», г.Нальчик, 17-21 мая 2017 г.;
- IV-ая международная научная конференция «Актуальные проблемы прикладной математики», г.Нальчик, 22-26 мая 2018 г.;
- XV-ая международная конференция, посвящённая столетию со дня рождения профессора Н.М. Коробова. Россия.г. Тула, 28-31 мая 2018 г.;
- международная конференция «Современные проблемы математики и механики», посвящённая 80-летию академика РАН В.А. Садовниченко. г. Москва, 13-15 мая 2019 г.;

- международная конференция «Алгебра, теория чисел и дискретная геометрия: современные проблемы, приложения и проблемы истории», посвящённая 80-летию со дня рождения профессора Мишеля Деза. Россия. г. Тула, 13-18 мая 2019 г.;
- международная конференция «Алгебра, теория чисел и дискретная геометрия: современные проблемы, приложения и проблемы истории», посвящённая 100-летию со дня рождения профессора Н.И. Фельдмана и 90-летию со дня рождения профессоров А.И. Виноградова, А.В. Малышева и Б.Ф. Скубенко. г. Тула, 23-28 сентября 2019 г.;
- международная конференция «Современные проблемы и приложения алгебры, теории чисел и математического анализа», посвящённая 60-летию академика Рахмонова З.Х. и члена-корреспондента Исхокова С.А., г. Душанбе, 13-14 декабря 2019 г.;
- международная конференция «Алгебра, теория чисел и дискретная геометрия: современные проблемы, приложения и проблемы истории», посвящённая столетию со дня рождения профессоров Б.М. Бредихина, В.И. Нечаева и С.Б. Стечкина. г. Тула, 23-26 сентября 2020 г.;
- международная конференция «Алгебра, теория чисел и дискретная геометрия и многомасштабное моделирование: современные проблемы, приложения и проблемы истории», посвящённая двухсотлетию со дня рождения академика П.Л. Чебышева. г. Тула, 18-22 мая 2021 г.;
- международная конференция «Алгебра, теория чисел, дискретная геометрия и многомасштабное моделирование: современные проблемы, приложения и проблемы истории», посвящённая 130-летию со дня рождения академика И. М. Виноградова. г. Тула, 21-24 сентября 2021 г.
- семинары кафедры алгебры и теории чисел Таджикского национального университета;
- семинары отдела алгебры, теории чисел и топологии Института математики им. А.Джураева НАНТ (2016-2020 гг.);
- общеинститутские семинары Института математики им. А.Джураева НАНТ Таджикистана (2016-2020 гг.).

Результаты, полученные в диссертации, носят теоретический характер. Они могут найти применения в аналитической теории чисел при дальнейших исследованиях нулей рядов Дирихле, в том числе линейной комбинации  $L$ -рядов Дирихле, для которых не выполняется гипотеза Римана о нулях в критической полосе.

Полученные результаты могут быть использованы в научных учреждениях и ВУЗах, где ведутся исследования по аналитической теории чисел, например в Математическом институте им. В.А.Стеклова Российской Академии наук, в Московском государственном университете им. М.В. Ломоносова, в Таджикском национальном университете, в Таджикском государственном педагогическом университете им. С.Айни.

Диссертация Хайруллоева Шамсулло Амруллоевичана тему «Нули производных функций Харди и Дэвенпорта-Хейльбронна, лежащие в коротких промежутках критической прямой» рекомендуется к защите на диссертационном совете 6D.КАО-009 при Институте математики им. А.Джураева НАН Таджикистана на соискание учёной степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.06 – «Математическая логика, алгебра и теория чисел».

Заключение было заслушано, обсуждено и единогласно принято на расширенном заседании кафедры алгебры и теории чисел Таджикского национального университета. Присутствовало на заседании – 28 чел. Результаты голосования: «за» - 28 чел, «против» - 0 чел, «воздержалось» - 0 чел., протокол № 5 от 13 января 2022 года.

Председатель заседания,  
академик НАН Таджикистана,  
доктор физико-математических наук,  
профессор кафедры математического анализа

Н. Раджабов

Заведующий кафедрой алгебры и теории чисел,  
кандидат физико-математических наук,  
доцент

А.З. Азамов

Секретарь заседания, кандидат  
физико-математических наук

Д. Дж. Хокиев

Подписи А.З. Азамова, Н. Раджабова  
и Д.Дж. Хокиева заверяю  
Начальник УК и СЧ ТНУ



Э.Ш. Тавкиев