

## ОКОНЧАТЕЛЬНОЕ ЗАКЛЮЧЕНИЕ

диссертационного совета 6D.КОА-009 при Института математики им. А.Джураева  
Национальной Академии наук Таджикистана по диссертации  
Хайруллоева Шамсулло Амруллоевича «Нули производных функций Харди и  
Дэвенпорта-Хейльбронна, лежащие в коротких промежутках критической прямой»,  
представленной на соискание учёной степени доктора физико-математических наук  
по специальности 01.01.06 – Математическая логика, алгебра и теория чисел

Аттестационное дело № \_\_\_\_\_

### Решение диссертационного совета от 20.01.2023 г., протокол № 11

о присуждении Хайруллоеву Шамсулло Амруллоевичу, гражданину Республики Таджикистан, учёной степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.06 – Математическая логика, алгебра и теория чисел.

Диссертация Хайруллоева Шамсулло Амруллоевича «Нули производных функций Харди и Дэвенпорта-Хейльбронна, лежащие в коротких промежутках критической прямой» по специальности 01.01.06 – Математическая логика, алгебра и теория чисел, принята к защите 05 октября 2022 г., протокол № 2, диссертационным советом 6D.КОА-009 на базе Института математики им. А.Джураева Национальной Академии наук Таджикистана, 734063, г. Душанбе, ул. Айни, 299/4 (Приказ ВАК при Президенте Республики Таджикистан от 19 января 2022 года, № 89/шд, обновлена приказом ВАК при Президенте Республики Таджикистан от 02 ноября 2022 г., № 250/шд).

**Соискатель** учёной степени Хайруллоев Шамсулло Амруллоевич, 1978 года рождения, в 2000 году окончил Таджикский государственный педагогический университет им. К.Джураева по специальности «математика-физика» (Диплом ТСИ № 0002137 от 05.07.2000 г.).

Диссертацию на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук на тему «Расстояние между соседними нулями дзета-функции Римана, лежащими на критической прямой» защитил в 2009 году в диссертационном совете, созданном на базе Института математики им. А.Джураева АН РТ (Диплом ДКН № 087891 от 19 июня 2009 г. № 25к/146).

Хайруллоев Ш.А. работает доцентом кафедры алгебры и теории чисел Таджикского национального университета.

Диссертация выполнена в кафедре алгебры и теории чисел механико-математического факультета Таджикского национального университета.

**Научный консультант:** Рахмонов Зарулло Хусенович – академик НАН Таджикистана, доктор физико-математических наук, профессор, директор Института математики им. А. Джураева Национальной Академии наук Таджикистана.

#### Официальные оппоненты:

1. Аллаков Исмаил – доктор физико-математических наук, профессор кафедры алгебры и геометрии Термезского государственного университета;
2. Пачев Урусби Мухамедович – доктор физико-математических наук, профессор

кафедры алгебры и дифференциальных уравнений ФГБОУ ВО Кабардино-Балкарского государственного университета им. Х.М. Бербекова;

3. **Байзаев Саттор** – доктор физико-математических наук, профессор кафедры математических дисциплин и современного естествознания Таджикского государственного университета права, бизнеса и политики

**дали положительные отзывы на диссертацию.**

**Оппонирующая организация** – Таджикский государственный педагогический университет имени Садриддина Айни, в своём положительном заключении, подписанном председателем заседания, деканом математическому факультета Холиковой М.Б., доктором физико-математических наук, профессором, заведующим кафедрой математического анализа Юсуповым Г.А., заведующим кафедрой алгебры и теории чисел, кандидатом физико-математических наук Давлатбековым А.А., и утверждённым ректором Ибодуллозода А.И., указала, что диссертационная работа Хайруллоева Шамсулло Амруллоевича «Нули производных функций Харди и Дэвенпорта-Хейльбронна, лежащие в коротких промежутках критической прямой», представленная на соискание учёной степени доктора физико-математических наук, является научно-квалификационной работой, в которой решены научные проблемы аналитической теории чисел, а именно, по множеству всех экспоненциальных пар найдена нижняя грань длины промежутка критической прямой, содержащей нуль нечётного порядка производной  $j$ -го порядка функции Харди, усилено неравенство А.А.Карацубы о количестве нулей функции Дэвенпорта-Хейльбронна, лежащих в коротких промежутках критической прямой, притом для промежутков, имеющих более короткую длину и соответствует всем требованиям «Порядка присвоения учёных степеней и присуждения учёных званий», предъявляемым к диссертациям на соискание учёной степени доктора физико-математических наук, а её автор Хайруллоев Шамсулло Амруллоевич заслуживает присуждения ему учёной степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.06 – Математическая логика, алгебра и теория чисел.

Соискатель имеет 40 опубликованные работы, в том числе по теме диссертации – 40 работы, из них 18 работ опубликованы в рецензируемых научных журналах из Перечня ВАК при Президенте Республики Таджикистан.

**Наиболее значимые научные работы по теме диссертации:**

1. Хайруллоев Ш.А. О нулях функции Харди и её производных, лежащих на критической прямой [Текст] /Ш.А.Хайруллоев // Чебышевский сборник. – 2019. – Т. 20. – Вып. 4(72). – С. 335-348. <https://doi.org/10.22405/2226-8383-2019-20-4-357-370> (SCOPUS)
2. Хайруллоев Ш.А. Нули функции Дэвенпорта-Хейльбронна в коротких промежутках критической прямой [Текст] /З.Х.Рахмонов, Ш.А.Хайруллоев, А.С.Аминов // Чебышевский сборник. – 2019. – Т. 20. – Вып. 4(72). – С. 271-293. <https://doi.org/10.22405/2226-8383-2019-20-4-306-329> (SCOPUS)
3. Хайруллоев Ш.А. О вещественных нулях производной функции Харди [Текст] /Ш.А.Хайруллоев // Чебышевский сборник. –2021. –Т. 22. –Вып. 5 (81). –С. 234-240. <https://doi.org/10.22405/2226-8383-2021-22-5-234-240> (SCOPUS)

4. Хайруллоев Ш.А. Расстояние между соседними нулями производной  $j$ -го порядка функции Харди [Текст] /Ш.А.Хайруллоев // Доклады Национальной Академии наук Таджикистана. –2021. –Т. 64. –№ 3-4. –С. 129-134.
5. Хайруллоев Ш.А. О соседних нулях производной  $n$ -го порядка функции Харди [Текст] /Ш.А.Хайруллоев // Доклады АН Республики Таджикистан. –2019. –Т. 62. – 3-4. –С. 145-149.
6. Хайруллоев Ш.А. Расстояние между соседними нулями производной  $j$ -го порядка функции Харди [Текст] /Ш.А.Хайруллоев // Доклады АН Республики Таджикистан. – 2016. –Т. 59. –№ 5-6. –С. 185-187.
7. Хайруллоев Ш.А. О расстоянии между соседними нулями производной первого порядка функции Харди [Текст] / Ш.А.Хайруллоев // Доклады АН Республики Таджикистан. –2014. –Т. 57. –№ 4. –С. 263-266.
8. Хайруллоев Ш.А. О нулях арифметических рядов Дирихле, не имеющих Эйлерова произведения [Текст] /Ш.А.Хайруллоев // Известия Академии наук Республики Таджикистан. Отделение физико-математических, химических, геологических и технических наук. –2018. – № 4(173). –С. 7-25.
9. Хайруллоев Ш.А. О нулях дзета-функции Римана на критической прямой [Текст] /З.Х.Рахмонов, Ш.А.Хайруллоев // Вестник Таджикского национального университета. Спецвыпуск посвящён году образования и технических знаний. –2010. –С. 35-40.
10. Хайруллоев Ш.А. Нули производной первого порядка функции Харди [Текст] /Ш.А.Хайруллоев // Ученые записки Худжандского государственного университета им. академика Б. Гафурова. Серия естественные и экономические науки. –2014. –№ 2(29), ч.1. –С. 335-336.
11. Хайруллоев Ш.А. Нули дзета-функции Римана, лежащие на коротких промежутках критической прямой [Текст] /Ш.А.Хайруллоев // Ученые записки Худжандского государственного университета им. академика Б. Гафурова. Серия естественные и экономические науки. –2017. – № 1(40). –С. 65-72.
12. Хайруллоев Ш.А. Об оценке специальной тригонометрической суммы [Текст] /Ш.А.Хайруллоев // Вестник Таджикского национального университета. Серия естественных наук. –2017. – № 1/5. –С. 125-128.
13. Хайруллоев Ш.А. О нулях производной второго порядка функции Харди [Текст] /Ш.А.Хайруллоев // Вестник Таджикского национального университета. Серия естественных наук. –2019. – № 2. –С. 57-61.
14. Хайруллоев Ш.А. Об оценке кратной тригонометрической суммы [Текст] /Ш.А.Хайруллоев // Вестник Таджикского национального университета. Серия естественных наук. –2019. – № 4. –С. 25-32.
15. Хайруллоев Ш.А. Нули функции Дэвенпорта-Хейльбронна, лежащие на критической прямой и не имеющие Эйлерова произведения [Текст] / Ш.А.Хайруллоев // Вестник Таджикского национального университета. Серия естественных наук. –2020. –№ 1. –С. 45-56.

16. Хайруллоев Ш.А. О нулях производной  $j$ -го порядка функции Харди [Текст] /Ш.А.Хайруллоев // Вестник Таджикского национального университета. Серия естественных наук. –2021. – № 2. –С. 52-60.
17. Хайруллоев Ш.А. Нули производной функции Харди, лежащие на критической прямой [Текст] /Ш.А.Хайруллоев // Вестник Бохтарского государственного университета им. Носира Хусрава. Серия естественных наук. –2021. –№ 2/4(93). –С. 9-18.
18. Хайруллоев Ш.А. О соседних нулях производной первого порядка функции Харди [Текст] /Ш.А.Хайруллоев // Вестник Таджикского национального университета. Серия естественных наук. –2017. – №1-1. –С. 25-28.

В совместных работах постановка задач и выбор метода доказательства принадлежат Рахмонову З.Х., все выкладки и обоснования принадлежат диссертанту.

**В диссертационный совет поступили отзывы на автореферат диссертации от следующих лиц:**

1. Доктор физико-математический наук, профессор, заведующий кафедрой алгебры и математической логики ФГАОУ ВО «Сибирский федеральный университет» Левчук Владимир Михайлович. Отзыв положителен, замечания не имеются.
2. Доктор физико-математический наук, профессор, заведующий кафедрой математического анализа Термезского государственного университета Мирсабуров М. Отзыв положителен, замечания не имеются.

**Выбор официальных оппонентов обосновывается** тем, что они являются признанными специалистами в исследуемой области, (имеют опубликованные работы, близкие к теме диссертации).

**Выбор ведущей организации обусловлен** тем, что сотрудники кафедр «Математического анализа» и «Алгебры и теории чисел» Таджикского государственного педагогического университета имени Садриддина Айни являются признанными специалистами в области математического анализа, алгебры и теории чисел, имеют широко известные научные достижения в современной математике, в том числе, по теме диссертации, и способны объективно оценить научную и практическую ценность диссертационного исследования.

**Диссертационный совет отмечает, что на основании выполненных соискателем исследований:**

- **разработана** новая методика получения оценки специальных и кратных тригонометрических сумм;
- **предложен** новый подход в исследовании нулей нечётного порядка производной функции Харди;
- **доказаны** новые теоремы о нулях производной  $j$ -го порядка функции Харди;
- **доказаны** новые теоремы о нулях функции Дэвенпорта-Хейльбронна, лежащие в коротких промежутках критической прямой;
- **введены** новые равномерные по параметрам оценки специальных тригонометрических сумм в терминах экспоненциальных пар.

**Теоретическая значимость исследования обусловлена тем, что:**

- **доказаны** новые теоремы о соседних нулях нечётного порядка производной первого, второго и  $j$ -го порядка функции Харди;
- **использованы** современные методы аналитической теории чисел и математического анализа и теории функций комплексного переменного;
- **изложены** полные доказательства всех теорем, утверждений, лемм и следствий;
- **раскрыты** свойства сумм Сельберга вида  $S(Y)$  и  $W(\theta)$ , также тригонометрических сумм  $W_j(T)$ ,  $j = 0, 1, 2, 3$ ;
- **изучены** количество нулей нечётного порядка функции Дэвенпорта-Хейльбронна, лежащих в коротких промежутках критической прямой для промежутков имеющих более короткую длину.

**Значение полученных соискателем результатов исследования для практики подтверждается тем, что:**

- ✓ **разработаны и внедрены** новые методы исследования оценки специальных тригонометрических сумм и интегралов Ван дер Корпута, оценки полных рациональных сумм Хуа Ло-Кена и метод экспоненциальных пар, метод производящих функций, метод комплексного интегрирования, метод успокаивающих множителей Сельберга;
- ✓ **дана** идея по использованию результатов диссертации при исследовании нулей рядов Дирихле, в том числе, линейной комбинации  $L$ -рядов Дирихле, для которых не выполняется гипотеза Римана о нулях в критической полосе;
- ✓ **представлены** рекомендации использования результатов при чтении спецкурсов для студентов и магистров по специальности «Математика».

**Оценка достоверности результатов исследования выявила следующее:**

- **теория построена** на известных фактах из современной теории нулей рядов Дирихле, специальных тригонометрических сумм и согласуется с опубликованными результатами других авторов;
- **идея базируется** на сведениях задачи об оценке сверху длины промежутка критической прямой, в котором заведомо содержится нуль нечётного порядка производной  $j$ -го порядка функции Харди, к задаче оптимизации по множеству всех экспоненциальных пар;
- **использованы** современные методы аналитической теории чисел, а именно, метод Ван Дер Корпута, метод экспоненциальных пар, метод успокаивающих множители Сельберга, метод производящих функций Дирихле и аналитические методы, применяемые в теории функции комплексного переменного;
- **установлено**, что полученные в диссертации результаты являются новыми, а результаты других авторов, упомянутые в диссертации, отмечены ссылками.

**Личный вклад соискателя состоит в:**

- получении новых результатов в области теории нулей производных функции Харди и нулей функции Дэвенпорта-Хейльбронна, лежащих в критической прямой, которые существенно обобщают ранее известные результаты;
- самостоятельном получении всех результатов диссертации;

- полном доказательстве всех результатов диссертации;
- подготовке публикаций по выполненной работе и личном участии в апробации результатов исследования.

Содержание диссертации и результаты, выносимые на защиту, отражают персональный вклад автора в опубликованных работах. Все результаты работы получены лично автором.

На заседании 20 января 2023 года диссертационный совет принял решение присудить Хайруллоеву Шамсулло Амруллоевичу учёную степень доктора физико-математических наук по специальности 01.01.06 – Математическая логика, алгебра и теория чисел.

При проведении тайного голосования диссертационный совет в количестве 11 человек, из них 5 докторов по специальности рассматриваемой диссертации, участвовавших в заседании, из 11 человек, входящих в состав совета, проголосовали: за присуждение учёной степени 11, против присуждения учёной степени нет; недействительных бюллетеней нет.

**Зам. председателя диссертационного совета  
6D.KOA-009 при Институте математики  
им. А. Джураева НАН Таджикистана,  
д.ф.-м.н., профессор, член-корр.  
НАН Таджикистана**



**С.А. Исоқов**

**Учёный секретарь диссертационного совета  
6D.KOA-009 при Институте математики  
им. А. Джураева НАН Таджикистана,  
д.ф.-м.н., доцент**

**О.Х.Каримов**

20 января 2023 года.

М.П.