

УТВЕРЖДАЮ

Ректор Таджикского национального
университета, доктор экономических
наук, профессор



К.Х.Хушвахтзода

24 февраля 2023 г.

**Отзыв ведущего учреждения
на диссертацию работу Хакназарова Кобила Эражзода «Задача Дирихле для
некоторых классов вырождающихся эллиптических операторов
недивергентного вида», представленную на соискание учёной степени доктора
философии (PhD) – доктора по специальности 6D060100 – Математика:
6D060101 - Вещественный, комплексный и функциональный анализ**

Актуальность темы диссертации. Вырождающиеся эллиптические уравнения возникают в процессе математического моделирования многих практических задач в геометрии, механике и других разделах физики. Они также являются предметом исследования одного из основных направлений современной теории уравнений в частных производных. Граничные задачи для таких уравнений, в частности, изучены в работах И.Н.Векуа, А.В.Бицадзе, Л.Г.Михайлова, Н.Р.Раджабова, С.М.Никольского, Л.Д.Кудрявцева, П.И.Лизоркина, К.Х.Бойматова, А.Д.Баев, С.А.Исхокова и др. Такие задачи в вариационной постановке в основном изучаются методами функционального анализа и теории функций. Именно с помощью таких методов в диссертационной работе К.Э.Хакназарова изучается разрешимость вариационной задачи Дирихле для эллиптических операторов недивергентного вида в ограниченной области со степенным вырождением на всей границы области, что свидетельствует об актуальности её темы.

Структура и основные результаты диссертации. Диссертация К.Э.Хакназарова состоит из списка обозначений, введения, общей характеристики работы, трёх глав, обсуждения полученных результатов, рекомендаций по практическому использованию результатов и списка литературы, насчитывающего 131 наименование.

Во введении изложена краткая история исследуемых задач, обосновывается актуальность темы исследования и указывается степень научной разработанности изучаемой проблемы. В разделе общая характеристика работы приведены цели и задачи научного исследования и указаны научные новизны полученных

результатов. Этот раздел также содержит основные положения, вносимые на защиту.

В первой главе диссертации, состоящей из трёх параграфов, приведён подробный анализ литературы по изучаемым в диссертации проблемам.

Во второй главе диссертации изучается разрешимость задачи Дирихле для некоторых классов эллиптических операторов недивергентного вида с гладкими коэффициентами. Исследуемые операторы заданы в ограниченной области и имеют степенное вырождение на всей границе области. Для таких операторов доказаны теоремы об однозначной и фредгольмовой разрешимости задачи Дирихле с однородными и неоднородными граничными условиями. Подобные результаты ранее были известны только в случае операторов дивергентного вида и были опубликованы в работах С.М.Никольского, Л.Д.Кудрявцева, П.И.Лизоркина, К.Х.Бойматова, Н.В.Мирошина, С.А.Исхокова и др.

В третьей главе диссертации, которая состоит из четырёх параграфов, изучаются вырождающиеся эллиптические операторы недивергентного вида с суммируемыми коэффициентами. Недифференцируемость коэффициентов этих операторов делает их изучение намного технически сложным, чем случай операторов, рассмотренных во второй главе диссертации. Поэтому в третьей главе, в основном, доказаны весовые интегральные неравенства для норм значения вырождающихся эллиптических операторов и на их основе получены априорные оценки решения соответствующей задачи Дирихле. В этой главе также доказана теорема о конечномерности ядра и замкнутости области значений одного класса эллиптических операторов недивергентного вида со степенным вырождением вдоль всей границы области.

Научная новизна. Полученные в диссертации результаты заключаются в следующем:

1. Доказаны теоремы об однозначной разрешимости обобщённой задачи Дирихле с однородными и неоднородными граничными условиями для вырождающегося эллиптического оператора высшего порядка недивергентного вида с гладкими коэффициентами. Отдельно рассмотрены случаи согласованного и несогласованного вырождения коэффициентов оператора.
2. Для вырождающихся эллиптических операторов недивергентного вида, имеющих только негладкие старшие коэффициенты, доказана априорная оценка решения вариационной задачи Дирихле с однородными граничными условиями, в которой норма решения в пространстве основных решений оценивается сверху через норму правой части уравнения.
3. Доказана теорема об конечномерности ядра и замкнутости области значений одного класса вырождающихся эллиптических операторов недивергентного вида с негладкими коэффициентами.
4. Для вырождающихся эллиптических операторов недивергентного вида с негладкими коэффициентами, имеющих младшие коэффициенты, доказана

априорная оценка решения вариационной задачи Дирихле с однородными граничными условиями, в которой норма решения задачи в пространстве основных решений оценивается сверху через норму правой части уравнения и норма решения в пространстве L_2 .

5. Для слабо позитивных эллиптических операторов недивергентного вида с негладкими коэффициентами доказана оценка, в которой норма оператора оценивается снизу через положительную константу, умноженную на норму функции в основном пространстве.

Теоретическая и практическая значимость полученных автором результатов. Основные результаты диссертации носят теоретический характер, и они могут быть использованы в научных институтах и организациях, которые проводят исследования по теории дифференциальных операторов в частных производных и теории нормированных пространств дифференцируемых функций многих вещественных переменных, в том числе в Математическом институте им. В.А.Стеклова РАН, Институте математики им. А.Джураева НАН Таджикистана, Российском университете дружбы народов, Российско-Таджикском (Славянском) университете и др.

Степень достоверности и апробация результатов исследования. Все научные результаты, полученные в диссертации К.Э.Хакназарова, сформулированы в виде теорем, которые приведены с подробными строгими математическими доказательствами с применением современных методов функционального анализа и теории функций. Достоверность и новизна полученных автором результатов не вызывает сомнений. Результаты диссертационной работы были доложены на нескольких международных научных конференциях по математическому анализу и дифференциальным уравнениям. Они опубликованы в 9 публикациях в научной печати, в том числе, в 5 публикациях в журналах из перечня рецензируемых научных журналов и изданий, рекомендованных ВАК при Президенте Республики Таджикистан, в которых материалы диссертации отражены полно.

Соответствие автореферата основному содержанию диссертации. Диссертация и автореферат оформлены в соответствии с существующими требованиями, имеют ясный и понятный научный язык. Содержание диссертации достаточно полно и подробно раскрывает постановку и методы решения рассмотренных задач. Автореферат правильно отражает содержание диссертации.

Замечания по содержанию и оформлению диссертации. В работе имеются незначительные грамматические, стилистические и технические погрешности.

Выявленные опечатки и неточностей не влияют на общую положительную оценку диссертации К.Э.Хакназарова.

Заключение о соответствии диссертации критериям, установленным «Положением о присуждении учёных степеней».

Вышеизложенное дает основание считать, что диссертационная работа Хакназарова Кобила Эражзода «Задача Дирихле для некоторых классов вырождающихся эллиптических операторов недивергентного вида», представленная на соискание ученой степени доктора философии (PhD) – доктора по специальности 6D060100 – Математика: 6D060101 - Вещественный, комплексный и функциональный анализ, является научно-квалификационной работой и полностью соответствует всем требованиям ВАК при Президенте Республики Таджикистан, предъявляемым к диссертациям на соискание учёной степени доктора философии (PhD) по вышеуказанной специальности.

К.Э.Хакназаров выступил с докладом по материалам диссертации на расширенном заседании кафедры функционального анализа и дифференциальных уравнений 15 февраля 2023 года.

Отзыв подготовила доцент кафедры функционального анализа и дифференциальных уравнений, кандидат физико-математических наук Мамадкаримова Мухаббат Саидкаримовна. Отзыв был заслушан, обсуждён и единогласно утверждён на заседании кафедры «Функционального анализа и дифференциальных уравнений» 15 февраля 2023 года, протокол №7/1

Председатель заседания, декан
Механико-математического факультета,
кандидат технических наук

Косимов И.Л.

Эксперт, кандидат физико-математических наук
по специальности 01.01.01 - Вещественный,
комплексный и функциональный анализ

Мамадкаримова М.С.

Секретарь заседания, заведующий кафедрой
функционального анализа и дифференциальных
уравнений ТНУ, кандидат физико-
математических наук

Солиев С.К.

Сведения об оппонировавшей организации:
Таджикский национальный университет,
734025, г. Душанбе, проспект Рудаки 17,
Тел: +992(37) 2216225;
E-mail: info@tnu.tj;
Сайт: <http://www.tnu.tj>

Подписи Косимова И.Л., Мамадкаримовой М.С.
и Солиева С.К. заверяю.
Начальник УК и СЧ ТНУ



Тавкиев Э.Ш.

24.02.2023