

Отзыв

официального оппонента на диссертацию работу Хакназарова Кобила Эражзода «Задача Дирихле для некоторых классов вырождающихся эллиптических операторов недивергентного вида», представленную на соискание ученой степени доктора философии (PhD) – доктора по специальности 6D060100 – Математика: 6D060101 - Вещественный, комплексный и функциональный анализ

Актуальность темы диссертации. Одно из современных направлений теории граничных задач для уравнений с частными производными посвящено изучению разрешимости вариационной задачи Дирихле для эллиптических операторов с вырождением. Применяемые в этом направлении методы основаны на элементах теории операторов в гильбертовом пространстве и теории нормированных пространств дифференцируемых функций многих вещественных переменных. основополагающие результаты в этом направлении получены в работах С.Л.Соболева, С.М.Никольского, Х.Трибеля, Л.Д.Кудрявцева, П.И.Лизоркина, К.Х.Бойматова и др. Диссертационная работа Хакназарова К.Э. также относится к этому направлению и в отличие от ранее опубликованных работ в ней рассматриваются вырождающиеся эллиптические операторы недивергентного вида.

Оценка содержания диссертации. Работа состоит из списка обозначений, введения, общей характеристики работы, трёх глав, обсуждения полученных результатов, выводов, рекомендаций по практическому использованию результатов и списка литературы, насчитывающего 131 наименование.

Во введении обосновывается актуальность темы исследования и степень научной разработанности изучаемой проблемы.

В первой главе приведён подробный анализ литературы по вариационной задаче Дирихле для эллиптических операторов, заданных в ограниченной области и имеющих степенное вырождение вдоль всей границы области.

В последующих двух главах диссертации получены её основные результаты. При этом, во второй главе рассмотрены операторы с гладкими коэффициентами, а в третьей главе – операторы с негладкими коэффициентами.

Вторая глава состоит из четырёх параграфов. В первых двух параграфах этой главы приведены известные вспомогательные результаты из общей теории

вариационных задач в гильбертовом пространстве и нормированных пространствах дифференцируемых функций многих вещественных переменных в ограниченной области со степенными весами. Такие пространства хорошо изучены в работах Л.Д.Кудрявцева, С.М.Никольского, П.И.Лизоркина, К.Х.Бойматова, Н.В.Мирошина и др.

В третьем параграфе второй главы сначала изучается однозначная разрешимость задачи Дирихле в пространстве $V_{2;\alpha}^r(\Omega)$, затем изучается фредгольмовая разрешимость задачи Дирихле в пространстве $W_{2;\alpha}^r(\Omega)$. В отличие от третьего параграфа, в четвёртом параграфе рассматривается более общий случай. Здесь рассматриваются операторы, которые имеют ненулевые младшие коэффициенты. В зависимости от степеней вырождения коэффициентов выделяются случаи согласованного и несогласованного вырождения коэффициентов исследуемого оператора. Сначала изучается случай согласованного вырождения коэффициентов. В этом случае только степени вырождения старших коэффициентов участвует в определении пространства решений основной задачи. Случай несогласованного вырождения, который рассматривается во второй части четвертого параграфа, является более сложным и поэтому в этом случае сначала выделяются старшие формы и затем показывается, что пространство решений определяется через степени вырождения коэффициентов старших форм.

Как уже мы отметили в третьей главе работы рассматриваются эллиптические операторы недивергентного вида с негладкими коэффициентами. Эта глава состоит из четырёх параграфов. Для полноты изложения в первом параграфе этой главы приведены некоторые известные утверждения из общей теории эллиптических дифференциальных операторов в гильбертовом пространстве.

Во втором параграфе третьей главы рассматриваются вырождающиеся эллиптические операторы, имеющие только старшие коэффициенты и доказывается неравенство, которое содержит оценку снизу нормы значения исследуемого оператора. Операторы, имеющие ненулевые младшие коэффициенты, рассмотрены в двух последних параграфах третьей главы. В этих параграфах также доказаны некоторые оценки для норм значения исследуемых операторов. Эти оценки используются для доказательства априорных оценок решения соответствующей задачи Дирихле.

Новизна полученных результатов.

- доказаны теоремы об однозначной разрешимости обобщённой задачи Дирихле с однородными и неоднородными граничными условиями для вырождающегося эллиптического оператора высшего порядка недивергентного вида с гладкими коэффициентами. Отдельно рассмотрены случаи согласованного и несогласованного вырождения коэффициентов оператора;
- для вырождающихся эллиптических операторов недивергентного вида, имеющих только негладкие старшие коэффициенты, доказана априорная оценка решения вариационной задачи Дирихле с однородными граничными условиями, в которой норма решения в пространство основных решений оценивается сверху через норму правой части уравнения;
- доказана теорема об конечномерности ядра и замкнутости области значений одного класса вырождающихся эллиптических операторов недивергентного вида с негладкими коэффициентами;
- для вырождающихся эллиптических операторов недивергентного вида с негладкими коэффициентами, имеющих младшие коэффициенты, доказана априорная оценка решения вариационной задачи Дирихле с однородными граничными условиями, в которой норма решения задачи в пространстве основных решений оценивается сверху через норму правой части уравнения и норму решения в пространстве L_2 ;
- для слабо позитивных эллиптических операторов недивергентного вида с негладкими коэффициентами доказана оценка, в которой норма оператора оценивается снизу через положительную константу, умноженную на норму функции в основном пространстве.

Степень достоверности и апробация результатов исследования. Все полученные в диссертации К.Э.Хакназарова результаты являются новыми, они обобщают результаты многих авторов по разрешимости вариационных задач для вырождающихся эллиптических операторов. Они обоснованы строгими математическими доказательствами с применением современных методов функционального анализа и теории функций. Их достоверность и новизна не вызывают сомнений.

Основные результаты диссертации обсуждались на общеинститутском семинаре Института математики им. А.Джураева НАНТ и нескольких международных научных конференциях.

Теоретическая и практическая значимость полученных автором результатов. Основные результаты диссертации носят теоретический характер. Они могут быть использованы в дальнейших теоретических исследованиях в теории краевых задач для уравнений с частными производными, в теории дифференциальных операторов в нормированных пространствах дифференцируемых функций многих вещественных переменных. Они также могут быть использованы в учебных заведениях в учебном процессе при чтении спецкурсов.

Соответствие автореферата основному содержанию диссертации. Автореферат диссертации правильно и полно отражает содержание, актуальность темы исследования, новизну и значимость полученных результатов, содержит все основные положения и выводы. Диссертация и автореферат оформлены в соответствии с соответствующими требованиями.

Замечания по содержанию и оформлению диссертации. К недостаткам диссертации можно отнести следующие:

1. В формулировке основных теорем через λ обозначено комплексное число, однако в некоторых других местах диссертации этой буквой обозначен мультииндекс (см., например, стр. 32 и далее).
2. В диссертации n -мерное евклидовое пространство в основном обозначается через (см. стр. 4) \mathbb{R}^n , но в некоторых местах используется обозначение R^n (см. стр. 50).
3. Допущены некоторые незначительные опечатки, например, на стр. 8, 13-я строка сверху, вместо «пространстве» написано «пространство»; на стр. 12 вместо [16, 17] написано [16, 16] и т.д.

Сделанные замечания не умаляют достоинство полученных в диссертации результатов и не могут существенно повлиять на её положительную оценку.

Заключение о соответствии диссертации критериям, установленным «Положением о присуждении учёных степеней». На основании вышеизложенного считаю, что диссертационная работа Хакназарова Кобила Эражзода «Задача Дирихле для некоторых классов вырождающихся эллиптических операторов недивергентного вида», представленная на

соискание учёной степени доктора философии (PhD) – доктора по специальности 6D060100 – Математика: 6D060101 - Вещественный, комплексный и функциональный анализ, является научно-квалификационной работой и полностью соответствует всем требованиям ВАК при Президенте Республики Таджикистан, предъявляемым к диссертациям на соискание учёной степени доктора философии (PhD) по вышеуказанной специальности.

Официальный оппонент: Сафаров Джумабой,
член Диссертационного совета 6D.KOA-09
по специальности 01.01.01 – Вещественный,
комплексный и функциональный анализ,
доктор физико-математических наук по специальности
01.01.02 - Дифференциальные уравнения, оптимальное
управление и динамические системы

Место работы:

Профессор кафедры математического анализа и дифференциальных уравнений
Бохтарского государственного университета имени Н.Хусрава,

Адрес: 735140, г. Бохтар, ул. Айни, дом 67,

Телефон: +992 (3422) 2-22-53

Веб-сайт: <http://www.ktsu.edu.tj>

E-mail: ktsu78@mail.tj

Подпись Дж.Сафарова подтверждаю

Начальник ОК БГУ им.Н.Хусрава



Шукурзод Дж.А.