МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РЕСПУБЛИКИ ТАДЖИКИСТАН

ТАДЖИКСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ САДРИДДИНА АЙНИ

На правах рукописи

УДК 517.518.66

Сафарзода Эшмати Хотам

АБСОЛЮТНАЯ СХОДИМОСТЬ И СУММИРУЕМОСТЬ ДВОЙНЫХ РЯДОВ ФУРЬЕ ПОЧТИ-ПЕРИОДИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук по специальности

01.01.01 – Вещественный, комплексный и функциональный анализ

Душанбе – 2023

Диссертация выполнена на кафедре математического анализа Таджикского государственного педагогического университета имени Садриддина Айни

Научный руководитель:	**Хасанов Юсуфали**, доктор физико-математических наук, Российский-Таджикский (Славянский) университет, профессор кафедры информатики и информационных технологий
Официальные оппоненты:	**Сафаров Джумабой**, доктор физико- математических наук, Бохтарский государственный университет им. Н. Хусрава, профессор кафедры математического анализа и дифференциальных уравнений;
	Рахмонов Бахтовар Абдуганиевич, кандидат физико-математических наук, Институт математики им. А.Джураева НАН Таджикистана, заведующий отделом дифференциальных уравнений
Оппонирующая организация:	Государственный финансово-экономический университет Таджикистана

Защита состоится 31 марта 2023г. в 09:00 ч. на заседании диссертационного совета 6D.KOA-009 при Институте математики имени А. Джураева НАН Таджикистана по адресу: 734063, г. Душанбе, ул. Айни, 299/4.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Института математики имени А. Джураева НАН Таджикистана, а также на сайте http://www.mintas.tj

Автореферат разослан «___» «________» 2023 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета 6D. KOA-009,
доктор физико-математических наук, доцент Каримов О.Х.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы исследования. В теории почти-периодических функций Бора, Безиковича, Степанова и Вейля изучения и исследования критерий равномерной и абсолютной сходимостей и суммируемости рядов Фурье как в одномерном, так и в многомерном случаях, играют особую роль.

Если анализировать теорию почти-периодических функций, то абсолютная сходимость и суммируемость рядов Фурье исследованы слабо чем периодических функций. В работах Б.М.Левитана[1], Е.А.Бредихиной[2], Н.П.Купцова[3], Я.Г.Притулы[4], М.Ф.Тимана[5], Ю.Муселиака[6], А.С.Джафарова и А.Мамедова[7], Ю.Х.Хасанова[8] получены некоторые необходимые и достаточные условия абсолютной сходимости и суммируемости рядов Фурье почти - периодических функций. В случае кратных тригонометрических рядов Фурье почти-периодических функций нам известны лишь результаты Ю.Х.Хасанова.

Актуальность и целесообразность результатов, полученные в диссертации определяются тем, что в ней автором впервые удалось установить новые необходимые и достаточные признаки абсолютной сходимости и суммируемости двойных рядов Фурье почти-периодических по Безиковичу функций двух переменных.

Степень научной разработанности изучаемой проблемы. Особую роль в теории почти-периодических функций играют исследования проблем абсолютной сходимости и суммируемости рядов Фурье таких функций. Но, в отличие от периодических функций, проблемы, касающиеся установлению признаков абсолютной сходимости рядов Фурье почти-периодических функций исследованы слабо. Это связано с тем, что показатели Фурье таких функций могут лежать всюду плотно.

В исследованиях Ю. Муселиака, Б.М. Левитана, Н.П. Купцова, Я.Г. Притулы , Е.А. Бредихиной, А.С. Джафарова и Г.А. Мамедова, Ю.Х. Хасанова получены некоторые

---

[1] Левитан Б.М. Почти-периодические функции [текст] / Б.М. Левитан//М.: ГИТТЛ., 1953, - 396 с.
[2] Бредихина Е.А. Об абсолютной сходимости рядов Фурье почти-периодических функций [текст] / Е.А. Бредихина // Доклады АН СССР, 1956, т. 111, № 6,- с. 1163-1166.
[3] Купцов Н.П. Об абсолютной и равномерной сходимости рядов Фурье почти-периодических функций [текст] / Н.П. Купцов// Матем. сборник, 1956, 40 (82), № 2, -с. 157-178.
[4] Притула Я.Г. Про абсолютну збiжнi сть рядiв Фурье майже периодичних функций [текст] /Я.Г. Притула// Вiснiк Львiв. ун-ту, сер. Мех-мат, 1971, 137, № 5, -с. 72-80.
[5] Тиман М.Ф., Хасанов Ю.Х. Об абсолютной сходимости рядов Фурье почти-периодических функций [текст] / М.Ф. Тиман, Ю.Х. Хасанов// Ряды Фурье: теория и приложения. Киев, ИМ АН Украины, 1992,- с. 142-146.
[6] Musielak J. O bezwzglednej zbieznosci czeregow Fouriera pewnych funkcji prawie okresowych [текст] / J. Musielak // Bull. Acad. Polon. sci. ci., 1957, 3, № 5,- p. 9-17.
[7] Джафаров А.С., Мамедов Г.А. Об абсолютной сходимости рядов Фурье почти периодических функций Безиковича [текст]/ А.С. Джафаров, Г.А. Мамедов // Известия АН Азерб. ССР, серия физ-тех и мат., 1983, № 5, -с. 8-13.
[8] Хасанов Ю.Х. Абсолютная сходимость рядов Фурье почти-периодических функций [текст] / Ю.Х. Хасанов // Матем. заметки, 2013, Т.94, № 5, -с. 745-756.

необходимые и достаточные условия абсолютной сходимости рядов Фурье почти-периодических в смысле Бора, Безиковича и Степанова функций.

Цель исследования. Основная цель исследования в диссертационной работе состоит в нахождении необходимых и достаточных условий абсолютной сходимости и суммируемости двойных рядов Фурье почти-периодических функций Безиковича, когда: а) их спектр имеет единственную предельную точку в бесконечности; б) их спектр имеет единственную предельную точку в нуле, т.е. получение аналогичных результатов, которые установлены в одномерном случае Хасановым Ю.Х.

Задачи исследования. На основание поставленной цели, в диссертации решаются следующие задачи:

- выявить необходимые и достаточные признаки абсолютной сходимости двойных рядов Фурье почти-периодических функций Безиковича двух переменных, когда: а) их спектр имеет единственную предельную точку в бесконечности; б) их спектр имеет единственную предельную точку в нуле;
- установить достаточные условия абсолютной суммируемости двойных рядов Фурье почти-периодических функций по Безиковичу, когда: а) их спектр имеет единственную предельную точку в бесконечности; б) их спектр имеет единственную предельную точку в нуле;
- исследовать проблемы абсолютной чезаровской суммируемости двойных рядов Фурье в терминах поведения коэффициентов Фурье.

Объект исследования. Объектами исследования являются теория почти-периодических функций в смысле Безиковича, сходимость и суммируемость двойных рядов Фурье таких функций и абсолютная суммируемость двойных рядов Фурье в терминах поведения коэффициентов Фурье.

Предмет исследования. Предметом исследования является выявление критериев, устанавливающих абсолютную сходимость и чезаровскую суммируемость кратных рядов Фурье почти-периодических в смысле Безиковича функций, в зависимости от поведения коэффициентов Фурье.

Научная новизна исследования. Полученные в диссертации результаты считаются новыми, установлены автором самостоятельно и заключаются в следующем:

- выявлены новые необходимые и достаточные признаки абсолютной сходимости двойных рядов Фурье почти-периодических в смысле Безиковича функций двух переменных, когда: а) их спектр имеет единственную предельную точку в бесконечности; б) их спектр имеет единственную предельную точку в нуле;

- установлены достаточные условия абсолютной чезаровской суммируемости двойных рядов Фурье почти-периодических функций по Безиковичу, когда: а) их спектр имеет единственную предельную точку в бесконечности; б) их спектр имеет единственную предельную точку в нуле;
- исследованы проблемы абсолютной чезаровской суммируемости двойных рядов Фурье в терминах поведения коэффициентов Фурье.

Теоретическая и научно-практическая значимость работы. Работа носит как теоретический, так и практический характер. Результаты диссертационной работы могут быть применены в теории рядов Фурье и специальных разделах теории функций.

Положения, выносимые на защиту:

- нахождение необходимых и достаточных условий абсолютной сходимости двойных рядов Фурье почти-периодических функций двух переменных по Безиковичу, имеющих единственную предельную точку в бесконечности и в нуле;
- получение утверждений для установления достаточных и необходимых условий абсолютной сходимости двойных рядов Фурье почти-периодических функций двух переменных, имеющих единственную предельную точку в бесконечности и в нуле;
- получение утверждений для установления критериев абсолютной суммируемости двойных рядов Фурье почти-периодических функций в смысле Безиковича, когда: а) их спектр имеет единственную предельную точку в бесконечности; б) их спектр имеет единственную предельную точку в нуле;
- доказательств теорем для нахождения условий абсолютной чезаровской суммируемости двойных рядов Фурье в терминах поведения коэффициентов Фурье.

Степень достоверности результатов проведенных исследований. Достоверность результатов диссертационной работы обеспечивается строгими математическими доказательствами всех утверждений и вспомогательных предложений, приведенных в диссертации, подтверждается исследованиями других авторов.

Соответствия диссертации паспорту научной специальности (формуле и области исследования). Диссертационная работа выполнена по специальности 01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ и является разделом математического анализа, указанного в пункте III параграфа 3 паспорта научной специальности.

Личный вклад соискателя учёной степени. Задача исследования и выбор метода доказательств сформулированы научным руководителем работы, оказывающим также консультативное содействие. Основные результаты диссертационной работы, перечисленные в разделе «Научная новизна», получены лично автором.

Апробация результатов диссертации. Основные результаты диссертации докладывались на следующих конференциях и семинарах:

- семинары кафедры информатики и информационных технологий Российско-Таджикского (Славянского) университета под руководством профессора Хасанова Ю.Х. (Душанбе 2016-2022);
- международной научной конференции «Геометрический анализ и его приложения» (Волгоград, 2016 г.);
- международной научной конференция «Дифференциальные уравнения, математический анализ и теория чисел» (Душанбе, 2017 г.);
- международной научной конференции «Актуальные проблемы современной математики», посвященная 80-летию со дня рождения доктора физико-математических наук, профессора Темура Собирова (Душанбе, 25-26 июня 2021г.);
- международной научной конференции «Современные проблемы теории чисел и математического анализа», посвященная 80-летию со дня рождения доктора физико-математических наук, профессора Дододжона Исмоилова (Душанбе, 29-39 апреля 2021г.);

Публикации по теме диссертации. Основные результаты автора по теме диссертации опубликованы в 12 работах, список которых приведен в конце автореферата. Работы [1-А, 2-А, 3-А, 4-А, 5-А, 6-А] опубликованы в журналах из перечня рецензируемых научных журналов и изданий, рекомендованных ВАК РТ при Президенте Республики Таджикистан. В работах, написанных совместно с Ю. Х.Хасановым, соавтору принадлежит постановка задач и выбор метода доказательств результатов.

Структура и объём диссертации. Диссертация состоит из введения, трех глав, списка цитированной литературы из 125 наименований и занимает 132 страницы машинописного текста. Главы диссертации разбиты на отдельные параграфы. Для удобства в диссертации применена сквозная нумерация теорем, лемм и формул. Они имеют тройную нумерацию, в которой первая цифра совпадает с номером главы, вторая указывает на номер параграфа, а третья на порядковый номер теорем, лемм или формул в данном параграфе.

Основная часть исследования

Материал и методы исследования. В работе исследованы проблемы получения необходимых и достаточных условий абсолютной сходимости и суммируемости двойных рядов Фурье почти-периодических функций Безыковича. В работе использованы общие методы теории функций, теории суммирования рядов Фурье и теории рядов Фурье.

Результаты исследования. Приводим краткое содержание основных результатов глав диссертационной работы.

Введение посвящено актуальности рассматриваемых в диссертационной работе задач, актуальности и степени научной разработанности изучаемой проблемы и общей характеристики работы.

Первая глава состоит из четырёх параграфов и посвящена изучению и анализу литературы по проблемам абсолютной сходимости и суммируемости рядов Фурье.

В первом и втором параграфах приведен анализ исследований по вопросам абсолютной сходимости кратных рядов Фурье периодических функций и абсолютной сходимости рядов Фурье почти-периодических функций.

В третьем параграфе первой главы изложен краткий исторический обзор по выявлению признаков абсолютной суммируемости кратных рядов Фурье периодических функций.

В четвёртом параграфе излагается анализ работ по изучению абсолютной сходимости и суммируемости кратных рядов Фурье почти-периодических функций многих переменных.

Вторая глава диссертации посвящена исследованию абсолютной сходимости двойных рядов Фурье почти-периодических функций Безиковича.

В первом параграфе второй главы установлены необходимые и достаточные условия абсолютной сходимости двойных рядов Фурье почти-периодических функций, со спектром, имеющие единственную предельную точку в бесконечности.

Определение 2.1.2. *Функцию $f(x,y)$ принято называть $B_p^{(2)}$ –почти – периодической, или почти – периодической по Безиковичу, если при $p \geq 1$:*

1) *функция $f(x,y)$ является измеримой и $|f(x,y)|^p$ интегрируема по Лебегу на двумерном пространстве R^2;*

2) *существует ограниченное среднее значение*

$$D_{B_p^{(2)}}\{f(x,y)\} = \left\{\overline{\lim_{T\to\infty}} \frac{1}{4T^2}\int_{-T}^{T}\int_{-T}^{T}|f(x,y)|^p dxdy\right\}^{1/p} =$$

$$= \left\{\overline{M}\{|f(x,y)|^p\}\right\}^{1/p} < \infty; \qquad (1)$$

3) *можно найти последовательность тригонометрических сумм*

$$P_n(x,y) = \sum_{k=0}^{n}\sum_{l=0}^{n} C(\lambda_k,\mu_l)exp\{i\{\lambda_k x + \mu_l y\}\},$$

где

$$C(\lambda_k,\mu_l) = M\{f(x,y)exp\{-i\{\lambda_k x + \mu_l y\}\}\},$$

-коэффициенты Фурье, для которой выполняется соотношение

$$\lim_{n\to\infty} D_{B_p^{(2)}}\{f(x,y) - P_n(x,y)\} = 0.$$

Пространство функций, которое удовлетворяет всех условий 1) – 3) обычно называют $B_p^{(2)}$ −пространством, или двумерным пространством Безиковича, где за норму функции $f(x,y) \in B_p^{(2)}$ $(p \geq 1)$ принимается среднее значение вида (1).

Предположим, что тригонометрический ряд Фурье функции $f(x) \in B_2$ представлен в виде

$$f(x) \sim \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n e^{i\lambda_n x},$$

здесь

$$A_n = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} f(x) e^{-i\lambda_n x}\, dx$$

-коэффициенты Фурье и спектр функции $\{\lambda_n\}_{n=0}^{\infty}$ подчиняется условиям

$$\lambda_0 = 0, \lambda_{-n} = -\lambda_n, |\lambda_n| < |\lambda_{n+1}|, \lim_{n\to\infty} \lambda_n = \infty. \tag{2}$$

В работе Хасанова Ю.Х[8]. выявлены ряд необходимых и достаточных критерий сходимости рядов вида

$$\sum_{n=1}^{\infty} |A_n|^{\beta} n^{\gamma}, \tag{3}$$

для значений параметров $\beta\,(0 < \beta < 2)$ и γ $(0 < \gamma < 2)$, где через $\{A_n\}$ обозначают коэффициентов Фурье этой функции $f(x) \in B_2$.

Теорема 2.1.1. *Пусть $f(x) \in B_2$ и выполнены условия (2) и $n^{\alpha} = O\{\lambda_n\}$ $(n > 0, \alpha > 0)$. Если при $k > \frac{\gamma+1-\frac{\beta}{2}}{\alpha\beta}$ и $\rho = \frac{\gamma+1-\frac{\beta}{2}}{\alpha}$ сходится ряд*

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^{\rho-1} \omega_k(f; n^{-1})_{B_2},$$

то ряд (3) сходится.

В этом параграфе нами получены результаты, которые являются аналогами теоремы 2.1.1 для двойных рядов Фурье почти-периодических функций Безиковича.

Пусть $f(x_1, x_2) \in B_2^{(2)}$ −почти-периодическая функция Безиковича и имеет ряд Фурье вида

$$\sum_{n_1=0}^{\infty} \sum_{n_2=0}^{\infty} A\left(\lambda_{n_1}^{(1)}, \lambda_{n_2}^{(2)}\right) exp\left\{i\left\{\lambda_{n_1}^{(1)} x_1 + \lambda_{n_2}^{(2)} x_2\right\}\right\},$$

где показатели Фурье $\left\{\lambda_{n_j}^{(j)}\right\}$ определяются соотношениям

$$\lambda_0^{(j)} = 0;\ \lambda_{-n_j}^{(j)} = -\lambda_{n_j}^{(j)};\ \lim_{n_j\to\infty} \lambda_{n_j}^{(j)} = \infty\ ;\ \lambda_{n_j}^{(j)} < \lambda_{n_{j+1}}^{(j+1)}(\ j = 1,2). \tag{4}$$

Для функции $f(x_1,x_2)\in B_2^{(2)}$, в качестве характеристики их структурных свойств, рассмотрим модуль непрерывности порядка r функции $f(x_1,x_2)\in B_2^{(2)}$,

$$\omega_{r,(j)}(f;h)_{B_2^{(2)}}=\sup_{|t|\le h}\left\|\Delta_{h_j}^r f(x_1,x_2)\right\|_{B_2^{(2)}}\ (h>0\ ),$$

где

$$\Delta_{h_j}^r f(x_1,x_2)=\sum_{m=0}^{r}(-1)^{r-m}\binom{r}{m}f(\,x_1+mh_1,x_2+mh_2)\ \ (j=1{,}2)$$

-разность r –го порядка функции $f(x_1,x_2)$ с шагом h_j $(j=1{,}2)$.

Приведём утверждения, показывающие какими свойствами должна обладать функция по каждой из переменных в отдельности для абсолютной сходимости её двойного ряда Фурье в случае, когда показатели Фурье

$$\Lambda_1\left\{\lambda_{n_1}^{(1)}\right\}_{n_1=1}^{\infty},\qquad \Lambda_2\left\{\lambda_{n_2}^{(2)}\right\}_{n_2=1}^{\infty}$$

удовлетворяют условиям (4).

Теорема 2.1.2. *Если функция* $f(x_1,x_2)\in B_2^{(2)}$ *и её спектр* $\Lambda_j\left\{\lambda_{n_j}^{(j)}\right\}_{j=1}^{2}$ *удовлетворяет условиям (4) и при* $0<\beta<2, r>\frac{2}{\beta}-1$ *и каждом* $j=1{,}2$ *сходится ряд*

$$\sum_{v=1}^{\infty}2^{2v\left(1-\frac{\beta}{2}\right)}\left(\frac{\lambda_{2^v}^{(j)}}{\lambda_{2^{v-1}}^{(j)}}\right)^{r}\omega_{r,(j)}^{\beta}\left(f;\frac{1}{\lambda_{2^v}^{(j)}}\right)_{B_2^{(2)}},$$

то сходится и ряд

$$\sum_{n_1=1}^{\infty}\sum_{n_2=1}^{\infty}\left|A\left(\lambda_{n_1}^{(1)},\lambda_{n_2}^{(2)}\right)\right|^{\beta}.$$

Далее исследуется наличия необходимых условий для абсолютной сходимости двойных рядов Фурье вида

$$\sum_{n_1=1}^{\infty}\sum_{n_2=1}^{\infty}\left|A\left(\lambda_{n_1}^{(1)},\lambda_{n_2}^{(2)}\right)\right|^{\beta}n_1^{\gamma}n_2^{\gamma}\tag{5}$$

для различных значениях β $(0<\beta<2)$ и γ $(0\le\gamma<1)$.

Теорема 2.1.3. *Если функция* $f(x_1,x_2)\in B_2^{(2)}$ *и её коэффициенты Фурье* $\mathrm{A}(\lambda_{n_1}^{(1)},\lambda_{n_2}^{(2)})$ *являются монотонно убывающими, кроме того числа* $\left\{\lambda_{n_1}^{(1)},\lambda_{n_2}^{(2)}\right\}$ *подчиняются условиям (4), а также*

$$\lambda_{n_j}^{(j)}=n_j^{\alpha}\ \ (\alpha>0,\ \ j=1{,}2),$$

то из сходимости ряда (5) следует что

$$\sum_{v=0}^{\infty} 2^{v\left(\gamma+1-\frac{\beta}{2}\right)} \omega_r^{\beta}(f;2^{-v\alpha})_{B_2^{(2)}} < \infty,$$

где $0 < \beta < 2,\ 0 \leq \gamma < 1,\ r > \frac{\gamma+1-\frac{\beta}{2}}{\alpha\beta}$.

В параграфе 2.2. установлены условия абсолютной сходимости двойных рядов Фурье функции $f(x_1,x_2) \in B_2^{(2)}$, когда показатели Фурье $\Lambda_j\left\{\lambda_{n_j}^{(j)}\right\}$ $(j=1,2)$ функции $f(x_1,x_2)$ удовлетворяют условиям

$$\lambda_{-n_j}^{(j)} = -\lambda_{n_j}^{(j)};\ \left|\lambda_{n_j}^{(j)}\right| > \left|\lambda_{n_{j+1}}^{(j+1)}\right|;\ \lim_{n_j\to\infty} \lambda_{n_j}^{(j)} = 0\ \ (j=1,2), \tag{6}$$

т.е. аналог следующей теоремы:

Теорема 2.2.1. *Пусть для функции* $f(x) \in B_2$ *выполнены условия*

$$\lambda_{-n} = -\lambda_n, |\lambda_n| < |\lambda_{n-1}|, \lim_{n\to\infty}|\lambda_n| = 0$$

и $\lambda_n = O\left\{\frac{1}{n^\alpha}\right\}$ $(n = 1,2,\dots;\ \alpha > 0)$. *Если при* $0 < \beta < 2,\ \rho = \frac{\gamma+1-\frac{\beta}{2}}{\alpha},\ 0 < \gamma < 1, k > \frac{\gamma+1-\frac{\beta}{2}}{\alpha\beta}$ *сходится ряд*

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^{\rho-1} W_k^{\beta}(f;n)_{B_2},$$

тогда ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} |A_n|^{\beta} n^{\gamma}$$

сходится.

Пусть функция $f(x_1,x_2) \in B_2^{(2)}$ и

$$D_{B_p^{(2)}}\{f(x_1,x_2)\} = \left\{\overline{\lim_{T\to\infty}} \frac{1}{4T^2} \int_{-T}^{T}\int_{-T}^{T} |f(x_1,x_2)|^p dx_1 dx_2\right\}^{1/p} < \infty,$$

а

$$\sum_{n_1=0}^{\infty}\sum_{n_2=0}^{\infty} A\left(\lambda_{n_1}^{(1)}, \lambda_{n_2}^{(2)}\right) exp\left\{i\left\{\lambda_{n_1}^{(1)} x_1 + \lambda_{n_2}^{(2)} x_2\right\}\right\}, \tag{7}$$

её ряд Фурье, показатели Фурье которых $\Lambda_j\left\{\lambda_{n_j}^{(j)}\right\}$ $(j=1,2)$, удовлетворяют условиям (6).

Для функции $f(x_1,x_2) \in B_2^{(2)}$, в случае когда для её спектра имеют места условия (6), в качестве математического аппарата приближения, будем использовать модуль усреднения порядка r $(r \in N)$ этой функции на R^2

$$W_r(f;H)_{B_2^{(2)}} = \sup_{|T|\geq H} \|f_{T^r}(x_1,x_2)\|_{B_2^{(2)}} \quad (H > 0),$$

где

$$f_{T^r}^{(j)}(x_1, x_2) = \frac{1}{(2T)^r} \int\limits_{x_j-T}^{x_j+T} dt_1 \int\limits_{t_1-T}^{t_1+T} dt_2 \dots \int\limits_{t_{r-2}-T}^{t_{r-2}+T} dt_{r-1} \int\limits_{t_{r-1}-T}^{t_{r-1}+T} f(t_r) dt_r.$$

Теорема 2.2.2. *Пусть спектр* $\Lambda_j\left\{\lambda_{n_j}^{(j)}\right\}$ $(j = 1,2)$ *функции* $f(x_1, x_2) \in B_2^{(2)}$ *удовлетворяет условиям (6) и при* $0 < \beta < 2, r > \frac{2}{\beta} - 1$ *и каждом* $j = 1,2$ *сходится ряд*

$$\sum_{v=1}^{\infty} 2^{2v(1-\beta/2)} W_{r,(j)}^{\beta} \left(f; \frac{1}{\lambda_{2^{v-1}}^{(j)}}\right)_{B_2^{(2)}}.$$

Тогда ряд составленный из коэффициентов Фурье

$$\sum_{n_1=0}^{\infty} \sum_{n_2=0}^{\infty} \left| \mathrm{A}(\lambda_{n_1}^{(1)}, \lambda_{n_2}^{(2)}) \right|^{\beta}$$

также сходится.

Пусть ряд (7) имеет спектры $\Lambda_j\left\{\lambda_{n_j}^{(j)}\right\}$ $(j = 1,2)$, удовлетворяющие условиям (6). Необходимым условием сходимости рядов Фурье функций $f(x_1, x_2) \in B_2^{(2)}$ является следующая

Теорема 2.2.3. *Если для показателей Фурье* $\Lambda_j\left\{\lambda_{n_j}^{(j)}\right\}$ $(j = 1,2)$ *почти-периодической функции* $f(x_1, x_2) \in B_2^{(2)}$ *выполнены условия (6) и*

$$\lambda_{n_j}^{(j)} = n_j^{-\alpha} \quad (\alpha > 0, \ j = 1,2),$$

и кроме того, последовательность её коэффициентов Фурье $\left\{A(\lambda_{n_1}^{(1)}, \lambda_{n_2}^{(2)})\right\}$ *монотонно убывает, то из сходимости ряда*

$$\sum_{n_1=1}^{\infty} \sum_{n_2=1}^{\infty} \left| A\left(\lambda_{n_1}^{(1)}, \lambda_{n_2}^{(2)}\right) \right|^{\beta} n_1^{\gamma} n_2^{\gamma}$$

вытекает сходимость ряда

$$\sum_{v=0}^{\infty} 2^{v\left(\gamma+1-\frac{\beta}{2}\right)} W_k^{\beta}(f; 2^{v\alpha})_{B_2^{(2)}},$$

где $0 < \beta < 2, \ 0 \le \gamma < 1, \ k > \frac{\gamma+1-\frac{\beta}{2}}{\alpha\beta}$.

Третья глава диссертации посвящена исследованию абсолютной суммируемости двойных рядов Фурье почти-периодических функций Безиковича.

В первом параграфе третьей главы устанавливаются условия абсолютной чезаровской суммируемости двойных рядов Фурье, со спектром имеющий предельную точку в бесконечности.

Теорема 3.1.5. *Если функция* $f(x_1, x_2) \in B_2^{(2)}$ *и ее спектр* $\left\{\lambda_{n_j}^{(j)}\right\}$ $(j = 1,2)$ *удовлетворяют условиям*

$$\lambda_{-n_j}^{(j)} = -\lambda_{n_j}^{(j)}; \ \left|\lambda_{n_{j-1}}^{(j-1)}\right| > \left|\lambda_{n_j}^{(j)}\right|; \ \lim_{n_j \to \infty} \lambda_{n_j}^{(j)} = \infty \ \ (j = 1,2).$$

Кроме того, если при $0 < \beta < 2, \ r > k$ *и каждом* $j = 1,2$ *сходится ряд*

$$\sum_{v=1}^{\infty} 2^{v\left(\frac{k}{2} - \alpha_v - 1\right)} \left(\frac{\lambda_{2^v}^{(j)}}{\lambda_{2^{v-1}}^{(j)}}\right)^r \omega_{r,(j)}\left(f; \frac{1}{\lambda_{2^v}^{(j)}}\right)_{B_2^{(2)}},$$

то ряд

$$\sum_{n_1=0}^{\infty} \sum_{n_2=0}^{\infty} \left|A_{n_1,n_2}\right|$$

$|C; \ \alpha_1, \alpha_2|$- *суммируемый при* $0 < \alpha_i \leq \frac{1}{2}, \ \ i = 1,2.$

Теорема 3.1.6. *Пусть функция* $f(x_1, x_2) \in B_2^{(2)}$ *и её спектр* $\left\{\lambda_{n_j}^{(j)}\right\}$ $(j = 1,2)$ *удовлетворяют условиям:*

$$\lambda_{-n_j}^{(j)} = -\lambda_{n_j}^{(j)}; \ \left|\lambda_{n_{j-1}}^{(j-1)}\right| > \left|\lambda_{n_j}^{(j)}\right|; \ \lim_{n_j \to \infty} \lambda_{n_j}^{(j)} = \infty \ \ (j = 1,2).$$

Если при $0 < \beta < 2, \ r > k$ *и каждом* $j = 1,2$ *сходится ряд*

$$\sum_{v=1}^{\infty} \frac{2^{v\left(\frac{k-1}{2}\right)}}{\sqrt{ln 2^v}} \left(\frac{\lambda_{2^v}^{(j)}}{\lambda_{2^{v-1}}^{(j)}}\right)^r \omega_{r,(j)}\left(f; \frac{1}{\lambda_{2^v}^{(j)}}\right)_{B_2^{(2)}},$$

то ряд

$$\sum_{n_1=0}^{\infty} \sum_{n_k=0}^{\infty} \left|A_{n_1,n_2}\right|$$

почти всюду $|C; \ \alpha_1, \alpha_2|$- *суммируемый при* $\alpha_i > \frac{1}{2}, \ \ i = 1,2.$

В параграфе 3.2 изучены вопросы абсолютной суммируемости двойных рядов Фурье, со спектром имеющий предельную точку в нуле. Установлены достаточные условия абсолютной суммируемости двойных рядов, когда спектр функции $f(x_1, x_2) \in B_2^{(2)}$ имеет предельную точку в нуле, т.е., когда выполнены условия:

$$\lambda_{-n_j}^{(j)} = -\lambda_{n_j}^{(j)}; \ \left|\lambda_{n_{j-1}}^{(j-1)}\right| > \left|\lambda_{n_j}^{(j)}\right|; \ \lim_{n_j \to \infty} \lambda_{n_j}^{(j)} = 0 \ \ (j = 1,2), \qquad (8)$$

$$\overline{M_{x_j}}\{f(x_1, x_2)\} = 0 \ \ (j = 1,2,). \qquad (9)$$

Теорема 3.2.1. *Пусть функция* $f(x_1, x_2) \in B_2^{(2)}$ *и для совокупности чисел* $\left\{\lambda_{n_j}^{(j)}\right\}$ $(j = 1,2)$ *удовлетворены условия (8) и (9). Если при значений* $0 < \beta < 2,\ r > k$ *и каждом* $j = 1,2$ *сходится ряд*

$$\sum_{v=1}^{\infty} 2^{v\left(\frac{k}{2}-\alpha_v-1\right)} W_{r,(j)}\left(f; \frac{1}{\lambda_{2^v}^{(j)}}\right)_{B_2^{(2)}},$$

то ряд

$$\sum_{n_1=0}^{\infty} \sum_{n_2=0}^{\infty} \left|A_{n_1,n_2}\right| \tag{10}$$

$|C;\ \alpha_1, \alpha_2,|$- *суммируемый при* $0 < \alpha_i \leq \frac{1}{2},\ \ i = 1,2.$

Теорема 3.2.2. *Пусть функция* $f(x_1, x_2) \in B_2^{(2)}$ *и её спектр* $\left\{\lambda_{n_j}^{(j)}\right\}$ $(j = 1,2)$ *удовлетворяют условиям (8) и (9). Если при* $0 < \beta < 2,\ r > k$ *и каждом* $j = 1,2$ *выполнены условия:*

$$\sum_{v=1}^{\infty} \frac{2^{v\left(\frac{k-1}{2}\right)}}{\sqrt{ln2^v}} W_{r,(j)}\left(f; \frac{1}{\lambda_{2^v}^{(j)}}\right)_{B_2^{(2)}} < \infty,$$

то ряд (10) является суммируемый методом $|C;\ \alpha_1, \alpha_2|$ *при* $\alpha_i > \frac{1}{2},\ \ i = 1,2.$

Как видно из теорем 3.2.1 и 3.2.2 условия, обеспечивающие абсолютную суммируемость кратного ряда Фурье вида (10), фактически зависит лишь от количества переменных и свойств функций $f(x_1, x_2) \in B_2^{(2)}$ по той из переменных, по которой модуль усреднения стремится наиболее медленно к нулю.

В параграфе 3.3 изучены вопросы абсолютной чезаровской суммируемости двойных рядов Фурье в терминах поведения коэффициентов Фурье.

Определение 3.3.1. *Скажем, что ряд*

$$\sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} a_{m,n}$$

суммируем методом $(\mathrm{C}, \alpha, \beta),\ \ \alpha, \beta > -1$, *к числу* s, *если*

$$\lim_{m.n \to \infty} \sigma_{m,n}^{\alpha,\beta} = s,$$

где

$$\sigma_{m,n}^{\alpha,\beta} = \left(A_m^{\alpha} A_n^{\beta}\right)^{-1} S_{m,n}^{\alpha,\beta} \quad и \quad A_k^{\gamma} = \frac{(\gamma+1)\cdot \ldots \cdot(\gamma+k)}{k!},$$

а числа $S_{m,n}^{\alpha,\beta}$ *определяются из формального соотношения*

$$\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty} S_{m,n}^{\alpha,\beta} x^m y^n = (1-x)^{-\alpha-1}(1-y)^{-\beta-1}\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty} a_{m,n} x^m y^n.$$

Определение 3.3.2. *Будем говорить, что двойной* ряд *Фурье*

$$\frac{1}{4}a_{0,0} + \frac{1}{2}\sum_{n_1=1}^{\infty}\left(a_{n_1,0}\cos\lambda_{n_1}x + b_{n_1,0}\sin\lambda_{n_1}x\right) +$$

$$+\frac{1}{2}\sum_{n_2=1}^{\infty}\left(a_{0,n_2}\cos\lambda_{n_2}y + c_{0,n_2}\sin\lambda_{n_2}y\right) +$$

$$+\sum_{n_1=1}^{\infty}\sum_{n_2=1}^{\infty}(a_{n_1,n_2}\cos\lambda_{n_1}x\cos\lambda_{n_2}y + b_{n_1,n_2}\sin\lambda_{n_1}x\cos\lambda_{n_2}y +$$

$$+c_{n_1,n_2}\cos\lambda_{n_1}x\sin\lambda_{n_2}y + d_{n_1,n_2}\sin\lambda_{n_1}x\sin\lambda_{n_2}y).$$

абсолютно $|C;\ \alpha,\beta|-$ *суммируемым, или* $|C;\ \alpha,\beta|-$ *суммируемым* $(\alpha,\beta > -1)$, *если выполнены следующие условия:*

$$\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}\left|\sigma_{m,n}^{\alpha,\beta} - \sigma_{m,n-1}^{\alpha,\beta} - \sigma_{m-1,n}^{\alpha,\beta} + \sigma_{m-1,n-1}^{\alpha,\beta}\right| < \infty,$$

$$\sum_{m=1}^{\infty}\left|\sigma_{m,n}^{\alpha,\beta} - \sigma_{m-1,n}^{\alpha,\beta}\right| < \infty \quad \text{при фиксированном } n,$$

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left|\sigma_{m,n}^{\alpha,\beta} - \sigma_{m,n-1}^{\alpha,\beta}\right| < \infty \quad \text{при фиксированном } m,$$

где $\sigma_{m,n}^{\alpha,\beta} - (\mathrm{C},\alpha,\beta)$ *−средние Чезаро ряда Фурье,*

$$\sigma_{m,n}^{\alpha,\beta} = \left(A_m^{\alpha}A_n^{\beta}\right)^{-1}S_{m,n} \quad \text{и} \quad A_k^{\gamma} = \frac{(\gamma+1)\cdot\ldots\cdot(\gamma+k)}{k!},$$

$S_{m,n}$ *− частичные суммы заданного ряда Фурье.*

Теорема 3.3.1. *Пусть* $f(x_1,x_2) \in B_2^{(2)}$. *Если выполнены условия:*

$$\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty} 2^{\frac{m}{2}(\frac{1}{2}-\alpha_1)}\, 2^{\frac{n}{2}(\frac{1}{2}-\alpha_2)}\left(\sum_{k=2^m}^{2^{m+1}-1}\sum_{l=2^n}^{2^{n+1}-1} A_{k,l}^2\right)^{\frac{1}{2}} < \infty,$$

$$\sum_{m=0}^{\infty} 2^{\frac{m}{2}(\frac{1}{2}-\alpha_1)}\left(\sum_{k=2^m}^{2^{m+1}-1} A_{k,0}^2\right)^{\frac{1}{2}} < \infty,$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} 2^{\frac{n}{2}(\frac{1}{2}-\alpha_1)}\left(\sum_{l=2^n}^{2^{n+1}-1} A_{0,l}^2\right)^{\frac{1}{2}} < \infty,$$

где $-1 < \alpha_1, \alpha_2 < \frac{1}{2}$, *то ряд Фурье функции* $f(x_1, x_2) \in B_2^{(2)}$ *почти всюду* $|C; \alpha_1, \alpha_2|$ - *суммируемый.*

Теорема 3.3.2. *Пусть* $f(x_1, x_2) \in B_2^{(2)}$. *Если выполнены условия:*

$$\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}\sqrt{(m+1)(n+1)}\left(\sum_{k=2^m}^{2^{m+1}-1}\sum_{l=2^n}^{2^{n+1}-1}A_{k,l}^2\right)^{\frac{1}{2}} < \infty,$$

$$\sum_{m=0}^{\infty}\sqrt{m+1}\left(\sum_{k=2^m}^{2^{m+1}-1}A_{k,0}^2\right)^{\frac{1}{2}} < \infty,$$

$$\sum_{n=0}^{\infty}\sqrt{n+1}\left(\sum_{l=2^n}^{2^{n+1}-1}A_{0,l}^2\right)^{\frac{1}{2}} < \infty,$$

где $\alpha_1 = \alpha_2 = \frac{1}{2}$, *то ряд Фурье функции* $f(x_1, x_2) \in B_2^{(2)}$ *почти всюду суммируется методом* $\left|C; \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right|$.

Теорема 3.3.3. *Пусть* $f(x_1, x_2) \in B_2^{(2)}$. *Если выполнены условия:*

$$\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}\left(\sum_{k=2^m}^{2^{m+1}-1}\sum_{l=2^n}^{2^{n+1}-1}A_{k,l}^2\right)^{\frac{1}{2}} < \infty,$$

$$\sum_{m=0}^{\infty}\left(\sum_{k=2^m}^{2^{m+1}-1}A_{k,0}^2\right)^{\frac{1}{2}} < \infty, \qquad \sum_{n=0}^{\infty}\left(\sum_{l=2^n}^{2^{n+1}-1}A_{0,l}^2\right)^{\frac{1}{2}} < \infty,$$

где $\alpha_1, \alpha_2 > \frac{1}{2}$, *то ряд Фурье функции* $f(x_1, x_2) \in B_2^{(2)}$ *почти всюду* $|C; \alpha_1, \alpha_2| -$ *суммируемый.*

Выводы

Основными научными результатами диссертационной работы являются следующие:

1. найдены необходимые и достаточные условия абсолютной сходимости двойных рядов Фурье почти-периодических в смысле Безиковича функций, когда: а) их спектр имеет единственную предельную точку в бесконечности; б) их спектр имеет единственную предельную точку в нуле [1-А,2-А,5-А, 6-А, 11-А];
2. найдены условия абсолютной суммируемости двойных рядов Фурье почти-периодических в смысле Безиковича функций, когда: а) их спектр имеет единственную предельную точку в бесконечности; б) их спектр имеет единственную предельную точку в нуле [3-А,4-А];
3. установлены новые критерии абсолютной чезаровской суммируемости двойных рядов Фурье почти-периодических функций Безиковича в терминах поведения коэффициентов Фурье [12-А];

Рекомендации по практическому использованию результатов:

Результаты, полученные в дисертационной работе, носят теоретический и практический характеры, они могут быть использованы в теории рядов Фурье различных классов почти-периодических функций, теории приближения, в задачах автоколебания и распределения информации по системе Хаара. Материалы диссертации могут быть использованы при чтении специальных курсов по теории рядов Фурье для студентов, магистрантов и докторантов высших учебных заведений, обучающихся по специальности «Математика».

РАБОТЫ АВТОРА ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ:

В журналах, входящих в перечень ВАК при Президенте Республики Таджикистан

[1-А]. Сафарзода Э.Х. О приближении почти-периодических функций Степанова средними Марцинкевича [текст] / Ю.Х. Хасанов, Э.Х. Сафарзода // Вестник Волгоградского госуниверситета, Серия 1: Математика. Физика. – Волгоград, 2016.-№ 6 (37).-с. 61-69.

[2-А]. Сафарзода Э.Х. О приближении почти-периодических функций Степанова средними Марцинкевича [текст] / Ю.Х. Хасанов, Э.Х. Сафарзода // Доклады АН РТ, –Душанбе, 2016. – Т.59. – № 11-12.-с. 463-470.

[3-А]. Сафарзода Э.Х. Обобщение теоремы Пэли для различных классов почти-периодических функций [текст] / Ю.Х.Хасанов, Э.Х.Сафарзода, Ф.М.Талбаков // Вестник ТНУ. Серия естественных наук. –Душанбе, 2017. – №1/5.-С. 21-25.

[4-А]. Сафарзода Э.Х. Об условиях зависимости степени суммируемости функций Степанова и коэффициентов Фурье [текст] / Э.Х.Сафарзода // Известия АН РТ. Отделение физико-математических, химических, геологических и технических наук, – Душанбе, 2018. – № 4 (173).-С. 54-62.

[5-А]. Сафарзода Э.Х. О необходимых условиях сходимости двойных рядов Фурье почти-периодических функций [текст] / Э.Х.Сафарзода // Вестник ТНУ. Серия естественных наук. –Душанбе, 2021. № 4.-С. 109-118.

[6-А]. Сафарзода Э.Х. Об абсолютной сходимости двойных рядов Фурье почти-периодических функций [текст] / Э.Х.Сафарзода // Известия НАН РТ. Отделение физико-математических, химических, геологических и технических наук, – Душанбе, 2022.– № 1 (186).-С. 23-32.

В других изданиях:

[7-А]. Сафарзода Э.Х. Об отклонении почти-периодических функций Степанова от сумм типа Марцинкевича [текст] / Ю.Х.Хасанов, Э.Х.Сафарзода // Материалы III-й международной школы-конференции «Геометрический анализ и его приложения» - Волгоград: Издательство ВГУ, 2016.-С. 210-214.

[8-А]. Сафарзода Э.Х. Приближение почти–периодических функций Степанова средними Марцинкевича [текст] / Ю.Х.Хасанов, Э.Х.Сафарзода // Материалы международной конференции «Дифференциальные уравнения, математический анализ и теории чисел». Душанбе, 2017.-С. 154-156.

[9-А]. Сафарзода Э.Х. Аналог теоремы Пэли для различных классов почти-периодических функций [текст] / Ю.Х.Хасанов, Э.Х.Сафарзода // Материалы республиканской научно-практической конференции «Низоми босамари омодакунии кадрҳои муҳандисӣ-техникӣ – асоси рушди устувори Ҷумҳурии Тоҷикистон». Худжанд, 2017.-С. 195-198.

[10-А]. Сафарзода Э.Х. О приближении почти-периодических функций Степанова средними Марцинкевича [тезис] / Ю.Х.Хасанов, Э.Х.Сафарзода // «Комплексный анализ и теория аппроксимаций» Сборник тезисов Международной конференции г.Уфа, 29-31мая 2019 г.-С. 47-49.

[11-А]. Сафарзода Э.Х. О необходимых условиях сходимости двойных рядов Фурье почти-периодических функций [текст] / Э.Х. Сафарзода // Актуальные проблемы современной математики. Материалы международной конференции, посвященной 80-летию со дня рождения доктора физико-математических наук, профессора Темура Собирова (Душанбе, 25-26 июня 2021 г.) Душанбе-2021.-С. 219-222.

[12-А]. Сафарзода Э.Х. Абсолютная суммируемость двойных рядов Фурье с предельными точками в бесконечности [текст] / Э.Х. Сафарзода // Современные проблемы теории чисел и математического анализа. Материалы международной конференции, посвященной 80-летию со дня рождения доктора физико-математических наук, профессора Дододжона Исмоилова (Душанбе, 29-30 апреля 2022 г.) Душанбе-2022.-С. 206-209.

ВАЗОРАТИ МАОРИФ ВА ИЛМИ ҶУМҲУРИИ ТОҶИКИСТОН
ДОНИШГОҲИ ДАВЛАТИИ ОМӮЗГОРИИ ТОҶИКИСТОН
БА НОМИ САДРИДДИН АЙНӢ

Бо ҳуқуқи дастхат

УДК 517.518.66

Сафарзода Эшмати Ҳотам

НАЗДИКШАВӢ ВА СУММИРОНИИ МУТЛАҚИ ҚАТОРҲОИ ДУЧАНДАИ ФУРЙЕИ ФУНКСИЯҲОИ ҚАРИБ ДАВРӢ

АВТОРЕФЕРАТИ

диссертатсия барои дарёфти дараҷаи илмии
номзади илмҳои физикаю математика
аз рӯи ихтисоси 01.01.01 –Таҳлили ҳақиқӣ, комплексӣ ва функсионалӣ

Душанбе – 2023

Кор дар кафедраи анализи математикии Донишгоҳи давлатии омӯзгории Тоҷикистон ба номи С. Айнӣ анҷом дода шудааст.

Роҳбари илмӣ: **Ҳасанов Юсуфали**,
доктори илмҳои физикаю математика,
Донишгоҳи (Славянии) Россияву Тоҷикистон,
профессори кафедраи информатика ва технологияи иттилоотӣ

Муқарризони расмӣ: **Сафаров Ҷумъабой**,
доктори илмҳои физикаю математика,
Донишгоҳи давлатии Бохтар ба номи Н.Хусрав,
профессори кафедраи таҳлили математикӣ ва муодилаҳои дифференсиалӣ;

Раҳмонов Бахтовар Абдуғаниевич,
номзади илмҳои физикаю математика,
Институти математикаи ба номи А.Ҷӯраеви АМИ Тоҷикистон, мудири шӯъбаи муодилаҳои дифференсиалӣ

Муассисаи пешбар: Донишгоҳи давлатии молия ва иқтисоди Тоҷикистон

Ҳимоя 31 марти соли 2023 соати 09:00 дар ҷаласаи Шӯрои диссертатсионии 6D.КОА-009 дар назди Институти математикаи ба номи А. Ҷӯраеви Академияи миллии илмҳои Тоҷикистон аз рӯи нишонаи 734063, ш. Душанбе, кӯчаи Айнӣ, 299/4 баргузор мегардад.

Бо матни пурраи диссертатсия дар китобхонаи Институти математикаи ба номи А. Ҷӯраеви Академияи миллии илмҳои Тоҷикистон ва тавассути сомонаи http://www.mintas.tj шинос шудан мумкин аст.

Автореферат «__» «_____» соли 2023 аз рӯи феҳрист пешниҳод гардида, ирсол карда шудааст.

Котиби илмии Шӯрои диссертатсионии
6D. КОА-009, доктори илмҳои
физикаю математика, дотсент Каримов О.Х.

Тавсифи умумии кор

Муҳимияти мавзӯъ. Дар назарияи функсияҳои қариб даврии Бор, Безикович, Степанов ва Вейл тадқиқи масъалаҳои наздикшавии мунтазам, наздикшавӣ ва суммиронии мутлақи қаторҳои Фурйе, дар ҳолатҳои якченака ва бисёрченака, нақши муҳим мебозад.

Агар назарияи функсияҳои қариб давриро таҳлил намоем, он гоҳ наздикшавӣ ва суммиронии мутлақи қаторҳои Фурйе назар ба функсияҳои даврӣ хело кам тадқиқ карда шудаанд. Дар тадқиқотҳои Б.М.Левитан[1], Е.А.Бредихина[2], Н.П.Куптсов[3], Я.Г.Притула[4], М.Ф.Тиман[5], Ю.Муселиак[6], А.С.Ҷафаров ва Мамедов[7], Ю.Ҳ.Ҳасанов[8] як қатор шартҳои зарурӣ ва кифоягии наздикшавӣ ва суммиронии мутлақи қаторҳои Фурйеи функсияҳои қариб даврӣ омӯхта шудаанд. Барои қаторҳои каратии тригонометрии Фурйеи функсияҳои қариб даврӣ танҳо натиҷаҳои Ю.Ҳ.Ҳасанов ба мо маълум мебошанд.

Муҳимият ва мувофиқи мақсад будани натиҷаҳои диссертатсионӣ бо он муайян карда мешаванд, ки дар он бори аввал шартҳои нави зарурӣ ва кифоягии наздикшавӣ ва суммиронии мутлақи қаторҳои дучандаи Фурйеи функсияҳои қариб даврии дутағйирёбандаи Безикович омӯхта шудаанд.

Дараҷаи коркарди илмии масъалаҳои омӯхташаванда. Дар назарияи функсияҳои қариб даврӣ тадқиқи масъалаҳои наздикшавӣ ва суммиронии мутлақи қаторҳои Фурйеи чунин функсияҳо нақши муҳимро мебозад. Аммо назар ба функсияҳои даврӣ масъалаҳои муқаррар намудани шартҳои наздикшавии мутлақи қаторҳои Фурйеи функсияҳои қариб даврӣ кам омӯхта шудаанд. Зеро нишондиҳандаҳои Фурйеи чунин функсияҳо дар ҳама порчаҳои муоинашаванда метавонанд зич ҷойгир бошанд.

Дар тадқиқотҳои Ю. Муселиак, Б.М. Левитан, Н.П. Куптсов, Я.Г. Притула , Е.А. Бредихина, А.С. Ҷафаров ва Г.А. Мамедов, Ю.Ҳ. Ҳасанов якчанд шартҳои зарурӣ ва

[1] Левитан Б.М. Почти-периодические функции [текст] / Б.М. Левитан//М.: ГИТТЛ., 1953, - 396 с.
[2] Бредихина Е.А. Об абсолютной сходимости рядов Фурье почти-периодических функций [текст] / Е.А. Бредихина // Доклады АН СССР, 1956, т. 111, № 6,- с. 1163-1166.
[3] Купцов Н.П. Об абсолютной и равномерной сходимости рядов Фурье почти-периодических функций [текст] / Н.П. Купцов// Матем. сборник, 1956, 40 (82), № 2, -с. 157-178.
[4] Притула Я.Г. Про абсолютну збiжнi сть рядiв Фурье майже периодичних функций [текст] /Я.Г. Притула// Вiснiк Львiв. ун-ту, сер. Мех-мат, 1971, 137, № 5, -с. 72-80.
[5] Тиман М.Ф., Хасанов Ю.Х. Об абсолютной сходимости рядов Фурье почти-периодических функций [текст] / М.Ф. Тиман, Ю.Х. Хасанов// Ряды Фурье: теория и приложения. Киев, ИМ АН Украины, 1992,- с. 142-146.
[6] Musielak J. O bezwzglednej zbieznosci czeregow Fouriera pewnych funkcji prawie okresowych [текст] / J. Musielak // Bull. Acad. Polon. sci. ci., 1957, 3, № 5,- p. 9-17.
[7] Джафаров А.С., Мамедов Г.А. Об абсолютной сходимости рядов Фурье почти периодических функций Безиковича [текст]/ А.С. Джафаров, Г.А. Мамедов // Известия АН Азерб. ССР, серия физ-тех и мат., 1983, № 5, -с. 8-13.
[8] Хасанов Ю.Х. Абсолютная сходимость рядов Фурье почти-периодических функций [текст] / Ю.Х. Хасанов // Матем. заметки, 2013, Т.94, № 5, -с. 745-756.

кифоягии наздикшавӣ ва суммиронии мутлақи қаторҳои Фурйеи функсияҳои қариб даврии Бор, Безикович ва Степанов омӯхта шудаанд.

Мақсади таҳқиқот. Мақсади асосии таҳқиқот дар кори диссертатсионӣ аз ёфтани шартҳои зарурӣ ва кифоягии наздикшавӣ ва суммиронии мутлақи қаторҳои дучандаи Фурйеи функсияҳои қариб даврии Безикович ҳангоми а) спектри функсия дар беохирӣ нуқтаи ягонаи ҳудудӣ доштан; б) спектри функсия дар нол нуқтаи ягонаи ҳудудӣ доштан мебошанд ва натиҷаҳое мебошанд, ки Ҳасанов Ю.Ҳ. барои ҳолати якченака ба даст овардааст.

Масъалаҳои таҳқиқот. Дар мувофиқа бо мақсади гузошташуда дар диссертатсия масъалаҳои зерин мавриди таҳқиқ қарор ёфтаанд:

- нишон додани шартҳои зарурӣ ва кифоягии наздикшавии мутлақи қаторҳои дучандаи Фурйеи функсияҳои қариб даврии Безикович ҳангоми а) спектри функсия дар беохирӣ нуқтаи ягонаи ҳудудӣ доштан; б) спектри функсия дар нол нуқтаи ягонаи ҳудудӣ доштан;
- ёфтани шартҳои кифоягии суммиронии мутлақи қаторҳои дучандаи Фурйеи функсияҳои қариб даврии Безикович ҳангоми а) спектри функсия дар беохирӣ нуқтаи ягонаи ҳудудӣ доштан; б) спектри функсия дар нол нуқтаи ягонаи ҳудудӣ доштан;
- таҳқиқи масъалаҳои суммиронии мутлақи қаторҳои дучандаи Фурйе бо методи Чезаро аз рӯи рафтори коэффитсиентҳои Фурйе.

Объекти таҳқиқот. Объекти таҳқиқот ин назарияи функсияҳои қариб даврии Безикович, наздикшавӣ ва суммиронии қаторҳои дучандаи Фурйеи чунин функсияҳо ва суммиронии мутлақи қаторҳои дучандаи Фурйе аз рӯи коэффисиентҳои Фурйе мебошад.

Предмети таҳқиқот. Предмети таҳқиқот аз ошкор намудани критерияҳои наздикшавии мутлақ ва бо маънои Чезаро суммирондани қаторҳои каратии Фурйеи функсияҳои қариб даврии Безикович вобаста аз рафтори коэффисиентҳои Фурйе мебошад.

Нововарии илмии таҳқиқот. Натиҷаҳои диссертатсия нав буда, аз ҷониби муаллиф мустақилона ба даст оварда шудаанд ва аз инҳо иборатанд:

- нишонаҳои зарурӣ ва кифоягии наздикшавии мутлақи қаторҳои дучандаи Фурйеи функсияҳои қариб даврии дутағйирёбандаи Безикович ҳангоми а) спектри функсия дар беохирӣ нуқтаи ягонаи ҳудудӣ доштан; б) спектри функсия дар нол нуқтаи ягонаи ҳудудӣ доштан, нишон дода шудаанд;
- шартҳои кифоягии суммиронии мутлақи қаторҳои дучандаи Фурйеи функсияҳои қариб даврии Безикович ҳангоми а) спектри функсия дар беохирӣ нуқтаи ягонаи

ҳудудӣ доштан; б) спектри функсия дар нол нуқтаи ягонаи ҳудудӣ доштан, ёфта шудаанд;

- масъалаҳои суммиронии мутлақи қаторҳои дучандаи Фурйе бо методи Чезаро аз рӯи рафтори коэффитсиентҳои Фурйе таҳқиқ карда шудаанд.

Арзишҳои назариявӣ ва илмӣ-амалии кор. Тадқиқот аҳамияти назариявӣ ва амалӣ дорад. Натиҷаҳои кори диссертатсиониро дар назарияи қаторҳои Фурйе ва қисмҳои махсуси назарияи функсияҳо истифода бурдан мумкин аст.

Нуқтаҳои ба ҳимоя пешниҳодшаванда:

- ёфтани шартҳои зарурӣ ва кифоягии наздикшавии мутлақи қаторҳои дучандаи Фурйеи функсияҳои қариб даврии дутағйирёбандаи Безикович ҳангоми а) спектри функсия дар беохирӣ нуқтаи ягонаи ҳудудӣ доштан; б) спектри функсия дар нол нуқтаи ягонаи ҳудудӣ доштан;
- исбот намудани тасдиқот барои ёфтани шартҳои зарурӣ ва кифоягии наздикшавии мутлақи қаторҳои дучандаи Фурйеи функсияҳои қариб даврии дутағйирёбандаи Безикович дорои дар беохирӣ ва нол нуқтаи ягонаи ҳудудӣ доштан;
- пайдо намудани шартҳои суммиронии мутлақи қаторҳои дучандаи Фурйеи функсияҳои қариб даврии Безикович ҳангоми а) спектри функсия дар беохирӣ нуқтаи ягонаи ҳудудӣ доштан; б) спектри функсия дар нол нуқтаи ягонаи ҳудудӣ доштан;
- исботи теоремаҳо оид ба суммиронии мутлақи қаторҳои дучандаи Фурйе бо методи Чезаро аз рӯи коэффитсиентҳои Фурйе.

Дараҷаи эътимоднокии натиҷаҳо. Эътимоднокии натиҷаҳои корӣ диссертатсионӣ бо исботҳои аниқи математикии ҳамаи теоремаҳо ва тасдиқотҳо, ки дар диссертатсия оварда шудаанд, таъмин карда шуда, бо таҳқиқотҳои муаллифони дигар асоснок карда мешаванд.

Мутобиқати диссертатсия ба шиносномаи ихтисоси илмӣ (ба формула ва соҳаи таҳқиқот). Кори диссертатсионӣ аз рӯи ихтисоси 01.01.01 – таҳлили ҳақиқӣ, комплексӣ ва функционалӣ иҷро карда шуда, фасли таҳлили математикии дар банди III-и параграфи 3 шиносномаи ихтисоси илмӣ нишон додашуда ба шумор меравад.

Саҳми шахсии довталаби дарёфти дараҷаи илмӣ дар таҳқиқот. Масъалаи таҳқиқшаванда ва интихоби методи исбот аз ҷониби роҳбари илмӣ пешниҳод карда шуда, ёрии машваратӣ расонида шудааст. Натиҷаҳои асосии кори диссертатсионӣ, ки дар банди "**Навгонии илмии таҳқиқот**" баён карда шудаанд, шахсан аз ҷониби муаллиф ҳосил карда шудаанд.

Тасвиби натиҷаҳои диссертатсия. Натиҷаҳои асосии диссертатсия дар семинарҳо ва конфронсҳои зерин муҳокима ва баррасӣ гардиданд:

- дар семинари кафедраи информатика ва технологияи иттилоотии донишгоҳи (Славянии) Россияву Тоҷикистон таҳти роҳбарии профессор Ҳасанов Ю.Ҳ. (Душанбе 2016-2022);
- конфронси байналмиллалии илмӣ-назариявии «Таҳлили геометрӣ ва татбиқи он» (Волгоград, с.2016);
- конфронси байналмиллалии илмӣ-назариявии «Муодилаҳои дифференсиалӣ, таҳлили математикӣ ва назарияи ададҳо» (Душанбе, с.2017);
- конфронси байналмиллалии илмӣ-назариявии «Муҳимияти масъалаҳои математикаи муосир» бахшида ба 80-солагии зодрӯзи доктори илмҳои физикаю математика, профессор Темур Собиров (Душанбе,25-26 июни с.2021);
- конфронси байналмиллалии илмӣ-назариявии «Масъалаҳои муосири назарияи ададҳо ва таҳлили математикӣ» бахшида ба 80-солагии зодрӯзи доктори илмҳои физикаю математика, профессор Додоҷон Исмоилов (Душанбе,29-30 апрели с.2021);

Интишорот аз рӯи диссертатсия. Натиҷаҳои асосии муаллиф аз рӯи мавзӯи диссертатсия дар 12 кори илмӣ чоп гардиданд, ки рӯйхаташон дар интиҳои авторефрат оварда шудааст.Корҳои [1-А, 2-А, 3-А, 4-А, 5-А, 6-А] дар нашрияҳои тақризшаванда, ки дар рӯйхати амалкунандаи КАО-и назди Президенти Ҷумҳурии Тоҷикистон оварда шудаанд, чоп гардидаанд. Дар мақолаҳое, ки бо ҳаммуаллифи Ҳасанов Ю.Ҳ. навишта шудаанд, ба ҳаммуаллиф танҳо гузориши масъала ва интихоби усули методи исботи натиҷаҳо тааллуқ доранд.

Сохтор ва ҳаҷми диссертатсия. Диссертатсия аз муқаддима, се боб ва аз 125 номгӯи адабиёти истифодашуда иборат буда, 132 саҳифаи компютериро дарбар мегирад. Бобҳои диссертатсия ба параграфҳои алоҳида ҷудо карда шудаанд. Дар диссертатсия рақамгузории секаратаи теоремаҳо, леммаҳо, натиҷаҳо ва формулаҳо истифода шудааст, ки рақами аввал ба боб, рақами дуюм ба параграф ва рақами сеюм бо рақами тартибии теоремаҳо, леммаҳо, натиҷаҳо ё формулаҳои ҳамин параграф мутобиқат мекунанд.

Қисми асосии таҳқиқот

Мавод ва усулҳои таҳқиқот. Дар кори диссертатсионӣ масъалаҳои ёфтани шартҳои зарурӣ ва кифоягии наздикшавӣ ва суммиронии мутлақи қаторҳои Фурйеи функсияҳои қариб даврии Безикович мавриди таҳқиқот қарор гирифтаанд. Ҳангоми тадқиқот усулҳои умумии назарияи функсияҳо ва назарияи қаторҳо истифода шудаанд.

Натиҷаҳои таҳқиқот. Мазмуни мухтасари натиҷаҳои бобҳои кори диссертатсиониро меорем.

Муқаддима ба муҳимияти масъалаҳои дар кори диссертатсионӣ дидашуда, ба дараҷаи коркарди илмии масъалаҳои омӯхташаванда бахшида шудааст ва характеристикаи умумии мавзӯи тадқиқот оварда шудааст.

Боби якум аз чор параграф иборат буда, дар он таҳлилу омӯзиши адабиётҳо аз рӯи наздикшавӣ ва суммиронии қаторҳои Фурйе мавриди муҳокима қарор гирифтаанд.

Дар параграфҳои якум ва дуюм таҳлили натиҷаҳои муаллифони дигар оид ба таҳқиқи наздикшавии мутлақи қаторҳои каратии Фурйеи функсияҳои даврӣ ва наздикшавии мутлақи қаторҳои Фурйеи функсияҳои қариб даврӣ, оварда шудаанд.

Дар параграфи сеюми боби якум шарҳи таърихи мухтасари тадқиқотҳо оид ба ёфтани нишонаҳои суммиронии мутлақи қаторҳои Фурйеи функсияҳои даврӣ баён карда шудааст.

Дар параграфи чорум шарҳи тадқиқотҳои муаллифони дигар оиди омӯзиши наздикшавӣ ва суммиронии мутлақи қаторҳои каратии Фурйеи функсияҳои қариб даврии бисёртағйирёбанда, оварда шудааст.

Боби дуюми диссертатсия тадқиқи проблемаҳои наздикшавии мутлақи қаторҳои дучандаи Фурйеи функсияҳои қариб давриро дарбар мегирад.

Дар параграфи якуми боби дуюм як қатор шартҳои нави зарурӣ ва кифоягии наздикшавии мутлақи қаторҳои дучандаи Фурйеи функсияҳои қариб даврии бо спектри дар беохирӣ нуқтаи ягонаи ҳудудӣ дошта, пайдо карда шудаанд.

Таърифи 2.1.2. *Функсияи $f(x,y)$ –ро $B_p^{(2)}-$ функсияи қариб даврӣ ё функсияи қариб даврии Безикович меноманд, агар ҳангоми $p \geq 1$ будан, шартҳои зерин иҷро гарданд:*

1) *$f(x,y)$ функсияи ченшаванда буда, $|f(x,y)|^p$ дар фазои дученакаи R^2 бо маънои Лебег интегронидашаванда бошад;*
2) *чунин бузургии миёнаи маҳдуди зерин мавҷуд бошад*

$$D_{B_p^{(2)}}\{f(x,y)\} = \left\{\overline{\lim_{T\to\infty}}\frac{1}{4T^2}\int_{-T}^{T}\int_{-T}^{T}|f(x,y)|^p dxdy\right\}^{1/p} =$$

$$= \left\{\overline{M}\{|f(x,y)|^p\}\right\}^{1/p} < \infty; \qquad (1)$$

3) *чунин пайдарпаии бисёраъзогии тригонометрии*

$$P_n(x,y) = \sum_{k=0}^{n}\sum_{l=0}^{n} C(\lambda_k,\mu_l)exp\{i\{\lambda_k x + \mu_l y\}\}$$

ёфта мешавад, ки

$$C(\lambda_k,\mu_l) = M\{f(x,y)exp\{-i\{\lambda_k x + \mu_l y\}\}\},$$

-коэффитсиентҳои Фурйе буда, барояш баробарии

$$\lim_{n\to\infty} D_{B_p^{(2)}}\{f(x,y)-P_n(x,y)\}=0$$

иҷро мешавад.

Фазои функсияҳои шартҳои 1) – 3)-ро қаноаткунандаро фазои $B_p^{(2)}$, ё ин ки фазои дученакаи Безикович меноманд, ки нормаи функсияи $f(x,y)\in B_p^{(2)}$ $(p\geq 1)$ дар намуди (1) қабул карда шудааст.

Бигузор қатори тригонометрии Фурйеи функсияи $f(x)\in B_2$ дар намуди

$$f(x)\sim\sum_{n=-\infty}^{\infty}A_n e^{i\lambda_n x},$$

дода шуда бошад, ки дар ин ҷо

$$A_n=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}f(x)e^{-i\lambda_n x}\,dx$$

-коэффитсиентҳои Фурйе ва $\{\lambda_n\}_{n=0}^{\infty}$ спектри функсия буда, шартҳои

$$\lambda_0=0,\lambda_{-n}=-\lambda_n,|\lambda_n|<|\lambda_{n+1}|,\lim_{n\to\infty}\lambda_n=\infty \qquad (2)$$

-ро қаноат мекунад.

Дар тадқиқотҳои Ю.Ҳ.Ҳасанов[8] якчанд шартҳои зарурӣ ва кифоягии наздикшавии қаторҳои намуди

$$\sum_{n=1}^{\infty}|A_n|^{\beta}n^{\gamma} \qquad (3)$$

барои қиматҳои гуногуни β $(0<\beta<2)$ ва γ $(0<\gamma<2)$ нишон дода шудаанд, ки A_n- коэффитсиенти Фурйеи функсияи $f(x)\in B_2$ мебошад.

Теоремаи 2.1.1. *Бигузор функсияи $f(x)\in B_2$ буда, шарти (2)-ро қаноат намояд ва $n^{\alpha}=O\{\lambda_n\}$ $(n>0,\alpha>0)$ бошад. Агар ҳангоми $k>\frac{\gamma+1-\frac{\beta}{2}}{\alpha\beta}$ ва $\rho=\frac{\gamma+1-\frac{\beta}{2}}{\alpha}$ будан, қатори*

$$\sum_{n=1}^{\infty}n^{\rho-1}\omega_k(f;n^{-1})_{B_2}$$

наздикшаванда бошад, он гоҳ қатори (3) наздикшаванда аст.

Натиҷаҳои дар ин параграф ба даст овардашуда, аналоги теоремаи 2.1.1 барои қатори дучандаи Фурйеи функсияҳои қариб даврӣ Безикович мебошад. Бигузор $f(x_1,x_2)\in B_2^{(2)}$ −функсияи қариб даврии Безикович буда, қатори Фурйеи он намуди

$$\sum_{n_1=0}^{\infty}\sum_{n_2=0}^{\infty}A\left(\lambda_{n_1}^{(1)},\lambda_{n_2}^{(2)}\right)exp\left\{i\left\{\lambda_{n_1}^{(1)}x_1+\lambda_{n_2}^{(2)}x_2\right\}\right\}$$

-ро дошта бошад ва нишондиҳандаҳои Фурйе $\left\{\lambda_{n_j}^{(j)}\right\}$ шартҳои

$$\lambda_0^{(j)}=0;\ \lambda_{-n_j}^{(j)}=-\lambda_{n_j}^{(j)};\ \lim_{n_j\to\infty}\lambda_{n_j}^{(j)}=\infty\ ;\ \lambda_{n_j}^{(j)}<\lambda_{n_{j+1}}^{(j+1)}(\ j=1,2) \tag{4}$$

-ро қаноат мекунанд.

Барои функсияи $f(x_1,x_2)\in B_2^{(2)}$, ба сифати муайянкунандаи хосиятҳои таркибии онҳо, модули бефосилагии тартиби r –и функсияи $f(x_1,x_2)\in B_2^{(2)}$ –ро дида мебароем

$$\omega_{r,(j)}(f;h)_{B_2^{(2)}}=\sup_{|t|\le h}\left\|\Delta_{h_j}^r f(x_1,x_2)\right\|_{B_2^{(2)}}\ (h>0\ ),$$

ки дар ин ҷо

$$\Delta_{h_j}^r f(x_1,x_2)=\sum_{m=0}^{r}(-1)^{r-m}\binom{r}{m}f(\,x_1+mh_1,x_2+mh_2)\ \ (j=1,2)$$

-фарқи тартиби r –и функсияи $f(x_1,x_2)$ бо қадами h_j $(j=1,2)$ мебошад.

Нишон медиҳем, ки функсия дорои кадом хосиятҳо бошад, ки ҳар як тағйирёбанда дар алоҳидагӣ наздикшавии мутлақи қатори дучандаи Фурйеро дар ҳолати нишондиҳандаҳои Фурйе

$$\Lambda_1\left\{\lambda_{n_1}^{(1)}\right\}_{n_1=1}^{\infty},\qquad \Lambda_2\left\{\lambda_{n_2}^{(2)}\right\}_{n_2=1}^{\infty},$$

шарти (4)-ро қаноат намудан, таъмин кунад.

Теоремаи 2.1.2. *Агар функсияи* $f(x_1,x_2)\in B_2^{(2)}$ *ва спектри он* $\Lambda_j\left\{\lambda_{n_j}^{(j)}\right\}_{j=1}^{2}$ *шартҳои (4)-ро қаноат намояд, ва ғайр аз ин, ҳангоми* $0<\beta<2, r>\frac{2}{\beta}-1$ *ва барои ҳар як* $j=1,2$ *қатори*

$$\sum_{v=1}^{\infty}2^{2v\left(1-\frac{\beta}{2}\right)}\left(\frac{\lambda_{2^v}^{(j)}}{\lambda_{2^{v-1}}^{(j)}}\right)^r\omega_{r,(j)}^{\beta}\left(f;\frac{1}{\lambda_{2^v}^{(j)}}\right)_{B_2^{(2)}},$$

наздикшаванда бошад, он гоҳ қатори

$$\sum_{n_1=1}^{\infty}\sum_{n_2=1}^{\infty}\left|A\left(\lambda_{n_1}^{(1)},\lambda_{n_2}^{(2)}\right)\right|^{\beta}$$

низ наздикшаванда аст.

Акнун мавҷудияти шартҳои зарурии наздикшавии мутлақи қатори дучандаи Фурйеи намуди

$$\sum_{n_1=1}^{\infty}\sum_{n_2=1}^{\infty}\left|A\left(\lambda_{n_1}^{(1)},\lambda_{n_2}^{(2)}\right)\right|^{\beta}n_1^{\gamma}n_2^{\gamma} \tag{5}$$

барои қиматҳои гуногуни β $(0 < \beta < 2)$ ва γ $(0 \le \gamma < 1)$ тадқиқ карда мешаванд.

Теоремаи 2.1.3. *Агар функсияи* $f(x_1, x_2) \in B_2^{(2)}$ *ва коэффитсиентҳои Фурйеи он* $A(\lambda_{n_1}^{(1)}, \lambda_{n_2}^{(2)})$ *монотонӣ камшаванда бошанд ва ғайр аз ин, ададҳои* $\left\{\lambda_{n_1}^{(1)}, \lambda_{n_2}^{(2)}\right\}$ *шартҳои (4) қаноат намуда,*

$$\lambda_{n_j}^{(j)} = n_j^{\alpha} \quad (\alpha > 0,\ j = 1,2)$$

бошад, он гоҳ наздикшавии қатори (5) наздикшавии қатори

$$\sum_{\nu=0}^{\infty} 2^{\nu\left(\gamma+1-\frac{\beta}{2}\right)} \omega_r^{\beta}(f; 2^{-\nu\alpha})_{B_2^{(2)}}$$

-ро таъмин мекунад, ки дар ин ҷо $0 < \beta < 2,\ 0 \le \gamma < 1,\ r > \frac{\gamma+1-\frac{\beta}{2}}{\alpha\beta}$ *аст.*

Дар параграфи 2.2. шартҳои наздикшавии мутлақи қатори дучандаи Фурйеи функсияи $f(x_1, x_2) \in B_2^{(2)}$, ҳангоми нишондиҳандаҳои Фурйе $\Lambda_j\left\{\lambda_{n_j}^{(j)}\right\}$ $(j = 1,2)$ функсияи $f(x_1, x_2)$ шартҳои

$$\lambda_{-n_j}^{(j)} = -\lambda_{n_j}^{(j)};\ \left|\lambda_{n_j}^{(j)}\right| > \left|\lambda_{n_{j+1}}^{(j+1)}\right|;\ \lim_{n_j \to \infty} \lambda_{n_j}^{(j)} = 0\ \ (j = 1,2) \tag{6}$$

-ро қаноат намудан, яъне аналоги теоремаи зерин, ёфта шудаанд.

Теорема 2.2.1. *Бигузор барои функсияи* $f(x) \in B_2$ *шартҳои*

$$\lambda_{-n} = -\lambda_n, |\lambda_n| < |\lambda_{n-1}|, \lim_{n\to\infty} |\lambda_n| = 0$$

ва $\lambda_n = O\left\{\frac{1}{n^{\alpha}}\right\}$ $(n = 1,2, \ldots;\ \alpha > 0)$ *иҷро гарданд. Агар ҳангоми* $0 < \beta < 2, \rho = \frac{\gamma+1-\frac{\beta}{2}}{\alpha}$, $0 < \gamma < 1, k > \frac{\gamma+1-\frac{\beta}{2}}{\alpha\beta}$ *қатори*

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^{\rho-1} W_k^{\beta}(f; n)_{B_2}$$

наздикшаванда бошад, он гоҳ қатори

$$\sum_{n=1}^{\infty} |A_n|^{\beta} n^{\gamma}$$

низ наздикшаванда аст.

Бигузор функсияи $f(x_1, x_2) \in B_2^{(2)}$ ва

$$D_{B_p^{(2)}}\{f(x_1, x_2)\} = \left\{\overline{\lim_{T\to\infty}} \frac{1}{4T^2} \int_{-T}^{T} \int_{-T}^{T} |f(x_1, x_2)|^p dx_1 dx_2\right\}^{1/p} < \infty,$$

инчунин

$$\sum_{n_1=0}^{\infty}\sum_{n_2=0}^{\infty} A\left(\lambda_{n_1}^{(1)}, \lambda_{n_2}^{(2)}\right) exp\left\{i\left\{\lambda_{n_1}^{(1)} x_1 + \lambda_{n_2}^{(2)} x_2\right\}\right\} \tag{7}$$

қатори Фурйеи он бошад, ки нишондиҳандаҳои Фурйе $\Lambda_j \left\{\lambda_{n_j}^{(j)}\right\}$ $(j = 1,2)$ шарти (6)-ро қаноат намояд.

Барои функсияи $f(x_1, x_2) \in B_2^{(2)}$, ҳангоми барои спектри он шарти (6) ҷой доштан, ба сифати воситаи математикии наздикшавӣ модули миёнаназдиккунии тартиби r $(r \in N)$ −и ин функсияро дар R^2 истифода мебарем

$$W_r(f; H)_{B_2^{(2)}} = \sup_{|T| \geq H} \|f_{T^r}(x_1, x_2)\|_{B_2^{(2)}} \quad (H > 0),$$

дар ин ҷо

$$f_{T^r}^{(j)}(x_1, x_2) = \frac{1}{(2T)^r} \int_{x_j - T}^{x_j + T} dt_1 \int_{t_1 - T}^{t_1 + T} dt_2 \ldots \int_{t_{r-2} - T}^{t_{r-2} + T} dt_{r-1} \int_{t_{r-1} - T}^{t_{r-1} + T} f(t_r) dt_r.$$

Теоремаи 2.2.2. *Бигзор спектри функсияи* $f(x_1, x_2) \in B_2^{(2)}$, $\Lambda_j \left\{\lambda_{n_j}^{(j)}\right\}$ $(j = 1,2)$ *шартҳои (6)-ро қаноат намояд ва ҳангоми* $0 < \beta < 2, r > \frac{2}{\beta} - 1$ *ва ҳар як* $j = 1,2$ *қатори*

$$\sum_{v=1}^{\infty} 2^{2v(1-\beta/2)} W_{r,(j)}^{\beta}\left(f; \frac{1}{\lambda_{2^{v-1}}^{(j)}}\right)_{B_2^{(2)}}$$

наздикшаванда бошад. Он гоҳ қатори аз коэффитсиентҳои Фурйе тартибдодашудаи

$$\sum_{n_1=0}^{\infty}\sum_{n_2=0}^{\infty} \left|\mathrm{A}(\lambda_{n_1}^{(1)}, \lambda_{n_2}^{(2)})\right|^{\beta}$$

низ наздикшаванда аст.

Бигузор қатори (7) дорои спектри $\Lambda_j \left\{\lambda_{n_j}^{(j)}\right\}$ $(j = 1,2)$ бошад, ки шарти (6)-ро қаноат менамояд. Шарти зарурии наздикшавии қатори Фурйеи функсияи $f(x_1, x_2) \in B_2^{(2)}$ дар намуди тасдиқоти зерин баён кардан мумкин аст.

Теоремаи 2.2.3. *Агар барои нишондиҳандаҳои Фурйеи функсияи* $f(x_1, x_2) \in B_2^{(2)}$, $\Lambda_j \left\{\lambda_{n_j}^{(j)}\right\}$ $(j = 1,2)$ *шартҳои (6) иҷро шаванд ва*

$$\lambda_{n_j}^{(j)} = n_j^{-\alpha} \quad (\alpha > 0, \ j = 1,2)$$

бошад ва ба ғайр аз ин, пайдарпаии коэффисиентҳои Фурйеи он $\left\{A(\lambda_{n_1}^{(1)}, \lambda_{n_2}^{(2)})\right\}$ *монотонӣ камшаванда бошад, он гоҳ аз наздикшавии қатори*

$$\sum_{n_1=1}^{\infty}\sum_{n_2=1}^{\infty} \left|A\left(\lambda_{n_1}^{(1)}, \lambda_{n_2}^{(2)}\right)\right|^{\beta} n_1^{\gamma} n_2^{\gamma}$$

наздикшавии қатори

$$\sum_{v=0}^{\infty} 2^{v\left(\gamma+1-\frac{\beta}{2}\right)} W_k^{\beta}(f;2^{v\alpha})_{B_2^{(2)}},$$

ҳосил мешавад, ки дар ин ҷо $0<\beta<2,\ 0\le\gamma<1,\ k>\frac{\gamma+1-\frac{\beta}{2}}{\alpha\beta}$ *аст.*

Боби сеюми диссертатсия ба тадқиқи суммиронии мутлақи қаторҳои дучандаи Фурйеи функсияҳои қариб даврӣ бахшида шудааст.

Дар параграфи якуми боби сеюм шартҳои кифоягии суммиронии мутлақи қаторҳои дучандаи Фурйе бо спектри нуқтаҳои ҳудудиаш дар беохирӣ буда, нишон дода шудаанд.

Теоремаи 3.1.5. *Агар функсияи* $f(x_1,x_2)\in B_2^{(2)}$ *буда, спектри он* $\left\{\lambda_{n_j}^{(j)}\right\}$ $(j=1,2)$ *шартҳои*

$$\lambda_{-n_j}^{(j)}=-\lambda_{n_j}^{(j)};\ \left|\lambda_{n_{j-1}}^{(j-1)}\right|>\left|\lambda_{n_j}^{(j)}\right|;\ \lim_{n_j\to\infty}\lambda_{n_j}^{(j)}=\infty\ (j=1,2)$$

-ро қаноат намояд ва гайр аз ин, ҳангоми $0<\beta<2,\ r>k$ *ва ҳар як* $j=1,2$ *қатори*

$$\sum_{v=1}^{\infty} 2^{v\left(\frac{k}{2}-\alpha_v-1\right)}\left(\frac{\lambda_{2^v}^{(j)}}{\lambda_{2^{v-1}}^{(j)}}\right)^r \omega_{r,(j)}\left(f;\frac{1}{\lambda_{2^v}^{(j)}}\right)_{B_2^{(2)}}$$

наздикшаванда бошад, он гоҳ қатори

$$\sum_{n_1=0}^{\infty}\sum_{n_2=0}^{\infty}\left|A_{n_1,n_2}\right|$$

ҳангоми $0<\alpha_i\le\frac{1}{2},\ \ i=1,2,\ |C;\ \alpha_1,\alpha_2|$*- суммиронидашаванда мебошад.*

Теоремаи 3.1.6. *Бигузор функсияи* $f(x_1,x_2)\in B_2^{(2)}$ *ва спектри он* $\left\{\lambda_{n_j}^{(j)}\right\}$ $(j=1,2)$ *шартҳои*

$$\lambda_{-n_j}^{(j)}=-\lambda_{n_j}^{(j)};\ \left|\lambda_{n_{j-1}}^{(j-1)}\right|>\left|\lambda_{n_j}^{(j)}\right|;\ \lim_{n_j\to\infty}\lambda_{n_j}^{(j)}=\infty\ (j=1,2)$$

-ро қаноат намояд. Агар ҳангоми $0<\beta<2,\ r>k$ *будан, барои ҳар як* $j=1,2$ *қатори*

$$\sum_{v=1}^{\infty}\frac{2^{v\left(\frac{k-1}{2}\right)}}{\sqrt{ln2^v}}\left(\frac{\lambda_{2^v}^{(j)}}{\lambda_{2^{v-1}}^{(j)}}\right)^r \omega_{r,(j)}\left(f;\frac{1}{\lambda_{2^v}^{(j)}}\right)_{B_2^{(2)}}$$

наздикшаванда бошад, он гоҳ қатори

$$\sum_{n_1=0}^{\infty}\sum_{n_k=0}^{\infty}\left|A_{n_1,n_2}\right|,$$

барои $\alpha_i>\frac{1}{2},\ \ i=1,2,\ |C;\ \alpha_1,\alpha_2|$*- суммиронидашаванда мебошад.*

Дар параграфи 3.2 масъалаҳои суммиронии мутлақи қаторҳои дучандаи Фурйе бо спектри нуқтаҳои ҳудудиаш дар нол мавриди таҳқиқ қарор гирифтааст.

Минбаъд шартҳои кифоягии суммиронии мутлақи қаторҳои дучанда, ҳангоми спектри функсияи $f(x_1,x_2)\in B_2^{(2)}$ дар нол нуқтаи ҳудудӣ доштан, ёфта шудаанд, яъне

$$\lambda_{-n_j}^{(j)}=-\lambda_{n_j}^{(j)};\ \left|\lambda_{n_{j-1}}^{(j-1)}\right|>\left|\lambda_{n_j}^{(j)}\right|;\ \lim_{n_j\to\infty}\lambda_{n_j}^{(j)}=0\ \ (j=1,2), \tag{8}$$

$$\overline{M_{x_j}}\{f(x_1,x_2)\}=0\ \ (j=1,2,). \tag{9}$$

Теоремаи 3.2.1. *Бигузор* $f(x_1,x_2)\in B_2^{(2)}$ *ва барои маҷмӯи ададҳои* $\left\{\lambda_{n_j}^{(j)}\right\}$ $(j=1,2)$ *шартҳои (8) ва (9) ҷой дошта бошанд. Агар барои қиматҳои* $0<\beta<2,\ r>k$ *ва ҳар як* $j=1,2$ *қатори*

$$\sum_{v=1}^{\infty}2^{v\left(\frac{k}{2}-\alpha_v-1\right)}W_{r,(j)}\left(f;\frac{1}{\lambda_{2^v}^{(j)}}\right)_{B_2^{(2)}}$$

наздикшаванда бошад, он гоҳ қатори

$$\sum_{n_1=0}^{\infty}\sum_{n_2=0}^{\infty}\left|A_{n_1,n_2}\right|, \tag{10}$$

ҳангоми $0<\alpha_i\le\frac{1}{2},\ i=1,2$ *будан,* $|C;\ \alpha_1,\alpha_2,|$*-суммиронидашаванда мебошад.*

Теоремаи 3.2.2. *Бигузор функсияи* $f(x_1,x_2)\in B_2^{(2)}$ *ва спектри он* $\left\{\lambda_{n_j}^{(j)}\right\}$ $(j=1,2)$ *шартҳои (8) ва (9)-ро қаноат намояд. Агар ҳангоми* $0<\beta<2,\ r>k$ *ва ҳар як* $j=1,2$ *шарти*

$$\sum_{v=1}^{\infty}\frac{2^{v\left(\frac{k-1}{2}\right)}}{\sqrt{ln2^v}}W_{r,(j)}\left(f;\frac{1}{\lambda_{2^v}^{(j)}}\right)_{B_2^{(2)}}<\infty$$

иҷро шавад, он гоҳ қатори (10) ҳангоми $\alpha_i>\frac{1}{2},\ i=1,2$ *бо методи* $|C;\ \alpha_1,\alpha_2|$ *суммиронидашванда мебошад.*

Чӣ хеле, ки аз шартҳои теоремаҳои 3.2.1 ва 3.2.2 дида мешавад, суммиронии мутлақи қатори каратии Фурйеи намуди (10)-ро таъминкунанда, танҳо аз миқдори тағйирёбандаҳо ва хосияти ҳамон тағйирёбандаҳои функсияи $f(x_1,x_2)\in B_2^{(2)}$, ки модули миёнаназдиккунӣ ба нол нисбатан оҳиста майл мекунад, вобастагӣ дорад.

Дар параграфи 3.3 масъалаҳои суммиронии мутлақи қаторҳои дучандаи Фурйе бо методи Чезаро аз рӯи рафтори коэффитсиентҳои Фурйе омӯхта шудаанд.

Таърифи 3.3.1. *Мегӯянд, ки қатори*

$$\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}a_{m,n}$$

бо методи $(\mathrm{C},\alpha,\beta)$, $\alpha,\beta>-1$, *ба адади* s *суммиронидашаванда аст, агар*

$$\lim_{m.n\to\infty}\sigma_{m,n}^{\alpha,\beta}=s$$

бошад, ки дар он

$$\sigma_{m,n}^{\alpha,\beta}=\left(A_m^{\alpha}A_n^{\beta}\right)^{-1}S_{m,n}^{\alpha,\beta}\qquad ва \qquad A_k^{\gamma}=\frac{(\gamma+1)\cdot\ldots\cdot(\gamma+k)}{k!}$$

буда, $S_{m,n}^{\alpha,\beta}$ *аз рӯи муносибати зерин муайян карда мешавад:*

$$\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}S_{m,n}^{\alpha,\beta}x^my^n=(1-x)^{-\alpha-1}(1-y)^{-\beta-1}\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}a_{m,n}x^my^n.$$

Таърифи 3.3.2. *Қатори дучандаи Фурйеи*

$$\frac{1}{4}a_{0,0}+\frac{1}{2}\sum_{n_1=1}^{\infty}\left(a_{n_1,0}\cos\lambda_{n_1}x+b_{n_1,0}\sin\lambda_{n_1}x\right)+$$

$$+\frac{1}{2}\sum_{n_2=1}^{\infty}\left(a_{0,n_2}\cos\lambda_{n_2}y+c_{0,n_2}\sin\lambda_{n_2}y\right)+$$

$$+\sum_{n_1=1}^{\infty}\sum_{n_2=1}^{\infty}(a_{n_1,n_2}\cos\lambda_{n_1}x\cos\lambda_{n_2}y+b_{n_1,n_2}\sin\lambda_{n_1}x\cos\lambda_{n_2}y+$$

$$+c_{n_1,n_2}\cos\lambda_{n_1}x\sin\lambda_{n_2}y+d_{n_1,n_2}\sin\lambda_{n_1}x\sin\lambda_{n_2}y).$$

-ро мутлақ $|C;\,\alpha,\beta|-$ *суммиронидашаванда ё* $|C;\,\alpha,\beta|-$ *суммиронидашаванда, ҳангоми* $\alpha,\beta>-1$ *меноманд, агар шартҳои зерин иҷро гарданд:*

$$\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}\left|\sigma_{m,n}^{\alpha,\beta}-\sigma_{m,n-1}^{\alpha,\beta}-\sigma_{m-1,n}^{\alpha,\beta}+\sigma_{m-1,n-1}^{\alpha,\beta}\right|<\infty,$$

$$\sum_{m=1}^{\infty}\left|\sigma_{m,n}^{\alpha,\beta}-\sigma_{m-1,n}^{\alpha,\beta}\right|<\infty\quad \text{барои адади қайдкардашудаи } n,$$

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left|\sigma_{m,n}^{\alpha,\beta}-\sigma_{m,n-1}^{\alpha,\beta}\right|<\infty\quad \text{барои адади қайдкардашудаи } m,$$

ки дар он $\sigma_{m,n}^{\alpha,\beta}-(\mathrm{C},\alpha,\beta)$ *–миёнаи қатори Фурйе*

$$\sigma_{m,n}^{\alpha,\beta}=\left(A_m^{\alpha}A_n^{\beta}\right)^{-1}S_{m,n}\qquad ва \qquad A_k^{\gamma}=\frac{(\gamma+1)\cdot\ldots\cdot(\gamma+k)}{k!}$$

$S_{m,n}-$ *суммаҳои хусусии қатори Фурйеи додашуда мебошад.*

Теоремаи 3.3.1. *Бигузор* $f(x_1,x_2)\in B_2^{(2)}$ *бошад. Агар шартҳои*

$$\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}2^{\frac{m}{2}(\frac{1}{2}-\alpha_1)}\,2^{\frac{n}{2}(\frac{1}{2}-\alpha_2)}\left(\sum_{k=2^m}^{2^{m+1}-1}\sum_{l=2^n}^{2^{n+1}-1}A_{k,l}^2\right)^{\frac{1}{2}}<\infty,$$

$$\sum_{m=0}^{\infty} 2^{\frac{m}{2}(\frac{1}{2}-\alpha_1)} \left(\sum_{k=2^m}^{2^{m+1}-1} A_{k,0}^2 \right)^{\frac{1}{2}} < \infty,$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} 2^{\frac{n}{2}(\frac{1}{2}-\alpha_1)} \left(\sum_{l=2^n}^{2^{n+1}-1} A_{0,l}^2 \right)^{\frac{1}{2}} < \infty,$$

иҷро шаванд $\left(-1 < \alpha_1, \alpha_2 < \frac{1}{2}\right)$, *он гоҳ қатори Фурйеи функсияи* $f(x_1, x_2) \in B_2^{(2)}$ *қариб дар ҳама ҷо(почти всюду) бо методи* $|C; \alpha_1, \alpha_2|$ *– суммиронидашаванда аст.*

Теоремаи 3.3.2. *Бигузор* $f(x_1, x_2) \in B_2^{(2)}$ *бошад. Агар шартҳои*

$$\sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \sqrt{(m+1)(n+1)} \left(\sum_{k=2^m}^{2^{m+1}-1} \sum_{l=2^n}^{2^{n+1}-1} A_{k,l}^2 \right)^{\frac{1}{2}} < \infty,$$

$$\sum_{m=0}^{\infty} \sqrt{m+1} \left(\sum_{k=2^m}^{2^{m+1}-1} A_{k,0}^2 \right)^{\frac{1}{2}} < \infty,$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \sqrt{n+1} \left(\sum_{l=2^n}^{2^{n+1}-1} A_{0,l}^2 \right)^{\frac{1}{2}} < \infty$$

иҷро шаванд,ки дар ин ҷо $\alpha_1 = \alpha_2 = \frac{1}{2}$, *он гоҳ қатори Фурйеи функсияи* $f(x_1, x_2) \in B_2^{(2)}$ *қариб дар ҳама ҷо(почти всюду) бо методи* $\left|C; \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right|$ *–суммиронидашаванда аст.*

Теоремаи 3.3.3. *Бигузор* $f(x_1, x_2) \in B_2^{(2)}$ *бошад. Агар шартҳои*

$$\sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\sum_{k=2^m}^{2^{m+1}-1} \sum_{l=2^n}^{2^{n+1}-1} A_{k,l}^2 \right)^{\frac{1}{2}} < \infty,$$

$$\sum_{m=0}^{\infty} \left(\sum_{k=2^m}^{2^{m+1}-1} A_{k,0}^2 \right)^{\frac{1}{2}} < \infty, \qquad \sum_{n=0}^{\infty} \left(\sum_{l=2^n}^{2^{n+1}-1} A_{0,l}^2 \right)^{\frac{1}{2}} < \infty$$

иҷро шаванд, ки дар ин ҷо $\alpha_1, \alpha_2 > \frac{1}{2}$, *он гоҳ қатори Фурйеи функсияи* $f(x_1, x_2) \in B_2^{(2)}$ *қариб дар ҳама ҷо(почти всюду) бо методи* $\left|C; \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right|$ *–суммиронидашаванда аст.*

Хулоса

Тадқиқотҳои асосии илмии кори диссертатсионӣ аз натиҷаҳои зерин иборатанд:

1. ёфтани шартҳои зарурӣ ва кифоягии наздикшавии мутлақи қаторҳои дучандаи Фурйеи функсияҳои қариб даврии Безикович ҳангоми а) спектри функсия дар беохирӣ нуқтаи ягонаи ҳудудӣ доштан; б) спектри функсия дар нол нуқтаи ягонаи ҳудудӣ доштан [1-М,2-М,5-М, 6-М, 11-М];
2. муайян намудани шартҳои суммиронии мутлақи қаторҳои дучандаи Фурйеи функсияҳои қариб даврии Безикович ҳангоми а) спектри функсия дар беохирӣ нуқтаи ягонаи ҳудудӣ доштан; б) спектри функсия дар нол нуқтаи ягонаи ҳудудӣ доштан [3-М,4-М];
3. пайдо намудани нишонаҳои нави суммиронии мутлақи қатори дучандаи Фурйе бо методи Чезаро аз рӯи рафтори коэффитсиентҳои Фурйе [12-А];

Тавсияҳо оид ба истифодаи амалии натиҷаҳо

Натиҷаҳои ба даст овардашудаи кори диссертатсионӣ дорои характери назариявӣ ва амалӣ буда, онҳоро дар назарияи қаторҳои Фурйеи синфҳои гуногуни функсияҳои қариб даврӣ ва назарияи наздиккуниҳо, дар масъалаҳои автолаппишҳо ва тақсимоти ахбор аз рӯи системаи Хаар истифода бурдан мумкин аст. Маводи диссертатсияро ҳангоми омӯзиши курсҳои махсуси назарияи қаторҳои Фурйе барои донишҷӯён, магистрантон ва доктортарантҳои муассисаҳои олӣ, ки аз рӯи ихтисоси «Математика» таҳсил менамоянд, истифода намудан мумкин аст.

ИНТИШОРОТИ МУАЛЛИФ ОИД БА МАВЗӮИ ДИССЕРТАТСИЯ

Мақолаҳое, ки дар маҷаллаҳои тақризшавандаи КОА-и назди Президенти Ҷумҳурии Тоҷикистон нашр шудаанд:

[1-М]. Сафарзода Э.Х. О приближении почти-периодических функций Степанова средними Марцинкевича [текст] / Ю.Х. Хасанов, Э.Х. Сафарзода // Вестник Волгоградского госуниверситета, Серия 1: Математика. Физика. – Волгоград, 2016.- № 6 (37).-с. 61-69.

[2-М]. Сафарзода Э.Х. О приближении почти-периодических функций Степанова средними Марцинкевича [текст] / Ю.Х. Хасанов, Э.Х. Сафарзода // Доклады АН РТ, –Душанбе, 2016. – Т.59. – № 11-12.-с. 463-470.

[3-М]. Сафарзода Э.Х. Обобщение теоремы Пэли для различных классов почти-периодических функций [текст] / Ю.Х.Хасанов, Э.Х.Сафарзода, Ф.М.Талбаков // Вестник ТНУ. Серия естественных наук. –Душанбе, 2017. – №1/5.-С. 21-25.

[4-М]. Сафарзода Э.Х. Об условиях зависимости степени суммируемости функций Степанова и коэффициентов Фурье [текст] / Э.Х.Сафарзода // Известия АН РТ. Отделение физико-математических, химических, геологических и технических наук, – Душанбе, 2018. – № 4 (173).-С. 54-62.

[5-М]. Сафарзода Э.Х. О необходимых условиях сходимости двойных рядов Фурье почти-периодических функций [текст] / Э.Х.Сафарзода // Вестник ТНУ. Серия естественных наук. –Душанбе, 2021. № 4.-С. 109-118.

[6-М]. Сафарзода Э.Х. Об абсолютной сходимости двойных рядов Фурье почти-периодических функций [текст] / Э.Х.Сафарзода // Известия НАН РТ. Отделение физико-математических, химических, геологических и технических наук, – Душанбе, 2022.– № 1 (186).-С. 23-32.

Дар дигар нашрияҳо:

[7-М]. Сафарзода Э.Х. Об отклонении почти-периодических функций Степанова от сумм типа Марцинкевича [текст] / Ю.Х.Хасанов, Э.Х.Сафарзода // Материалы III-й международной школы-конференции «Геометрический анализ и его приложения» - Волгоград: Издательство ВГУ, 2016.-С. 210-214.

[8-М]. Сафарзода Э.Х. Приближение почти–периодических функций Степанова средними Марцинкевича [текст] / Ю.Х.Хасанов, Э.Х.Сафарзода // Материалы международной конференции «Дифференциальные уравнения, математический анализ и теория чисел». Душанбе, 2017.-С. 154-156.

[9-М]. Сафарзода Э.Х. Аналог теоремы Пэли для различных классов почти-периодических функций [текст] / Ю.Х.Хасанов, Э.Х.Сафарзода // Материалы

республиканской научно-практической конференции «Низоми босамари омодакунии кадрҳои муҳандисӣ-техникӣ − асоси рушди устувори Ҷумҳурии Тоҷикистон». Худжанд, 2017.-С. 195-198.

[10-М]. Сафарзода Э.Х. О приближении почти-периодических функций Степанова средними Марцинкевича [тезис] / Ю.Х.Хасанов, Э.Х.Сафарзода // «Комплексный анализ и теория аппроксимаций» Сборник тезисов Международной конференции г.Уфа, 29-31мая 2019 г.-С. 47-49.

[11-М]. Сафарзода Э.Х. О необходимых условиях сходимости двойных рядов Фурье почти-периодических функций [текст] / Э.Х. Сафарзода // Актуальные проблемы современной математики. Материалы международной конференции, посвященной 80-летию со дня рождения доктора физико-математических наук, профессора Темура Собирова (Душанбе, 25-26 июня 2021 г.) Душанбе-2021.-С. 219-222.

[12-М]. Сафарзода Э.Х. Абсолютная суммируемость двойных рядов Фурье с предельными точками в бесконечности [текст] / Э.Х. Сафарзода // Современные проблемы теории чисел и математического анализа. Материалы международной конференции, посвященной 80-летию со дня рождения доктора физико-математических наук, профессора Дододжона Исмоилова (Душанбе, 29-30 апреля 2022 г.) Душанбе-2022.-С. 206-209.

АННОТАТСИЯ

ба диссертатсияи Сафарзода Эшмати Ҳотам дар мавзӯи «Наздикшавӣ ва суммиронии мутлақи қаторҳои дучандаи Фурйеи функсияҳои қариб даврӣ» барои дарёфти дараҷаи илмии номзади илмҳои физика ва математика аз рӯи ихтисоси 01.01.01 – Таҳлили ҳақиқӣ, комплексӣ ва функсионалӣ

Вожаҳои калидӣ: функсияҳои қариб даврӣ, қаторҳои Фурйе, спектри функсия, коэффитсиентҳои Фурйе, нишондиҳандаҳои Фурйе, модули бефосилагӣ, модули миёнаназдиккунӣ, нуқтаи ягонаи ҳудудӣ.

Мақсади таҳқиқот. Мақсади асосии кори диссертатсионӣ аз муайян намудани шартҳои зарурӣ ва кифоягии наздикшавӣ ва суммиронии мутлақи қаторҳои дучандаи Фурйеи функсияҳои қариб даврии Безикович ҳангоми а) спектри функсия дар беохирӣ нуқтаи ҳудудӣ доштан; б) спектри функсия дар нол нуқтаи ҳудудӣ доштан, буда натиҷаҳои ба даст омада, ин натиҷаҳое мебошад, ки Хасанов Ю.Х. барои қаторҳои оддии Фурйе ба даст овардааст, иборат мебошад.

Усулҳои таҳқиқот. Дар кори диссертатсионнӣ усулҳои назарияи функсияҳо ва таҳлили функсионалии характери наздиккунидошта, назарияи қаторҳои Фурйе, назарияи суммиронии қаторҳои Фурйе ва назарияи наздиккунии функсияҳо бо бисёраъзогиҳои тригонометрӣ истифода шудаанд.

Навоварии илмии таҳқиқот. Натиҷаҳои диссертатсия нав буда, аз ҷониби муаллиф мустақилона ба даст оварда шудаанд ва аз инҳо иборатанд:

- шартҳои зарурӣ ва кифоягии наздикшавии мутлақи қаторҳои дучандаи Фурйеи функсияҳои қариб даврии Безикович ҳангоми а) спектри функсия дар беохирӣ нуқтаи ҳудудӣ доштан; б) спектри функсия дар нол нуқтаи ҳудудӣ доштан, пайдо карда шудаанд;
- шартҳои суммиронии мутлақи қаторҳои дучандаи Фурйеи функсияҳои қариб даврии Безикович ҳангоми а) спектри функсия дар беохирӣ нуқтаи ҳудудӣ доштан; б) спектри функсия дар нол нуқтаи ҳудудӣ доштан, ба даст оварда шудаанд;
- критерияҳои нави суммиронии мутлақи қаторҳои дучандаи Фурйе бо методи Чезаро аз рӯи рафтори коэффитсиентҳои Фурйе, муайян карда шудаанд.

Арзишҳои назариявӣ ва илмӣ-амалии кор. Кори диссертатсионӣ аҳамияти назариявӣ ва амалӣ дорад. Натиҷаҳои кори диссертатсиониро дар назарияи қаторҳои Фурйе ва қисмҳои махсуси назарияи функсияҳо истифода бурдан мумкин аст.

АННОТАЦИЯ

диссертации Сафарзода Эшмати Хотам на тему «Абсолютная сходимость и суммируемость двойных рядов Фурье почти-периодических функций», представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 – Вещественный, комплексный и функциональный анализ

Ключевые слова: почти-периодические функции, ряды Фурье, спектр функции, коэффициенты Фурье, показатели Фурье, модуль непрерывности, модуль усреднения, единственная предельная точка.

Цель исследования. Основной целью диссертационной работы заключается в выявлении необходимых и достаточных условий абсолютной сходимости и суммируемости двойных рядов Фурье почти-периодических в смысле Безиковича функций, когда: а) их спектр имеет единственную предельную точку в бесконечности; б) их спектр имеет единственную предельную точку в нуле, т.е. получены результатов, которые получены Хасановым Ю.Х. в одномерном случае.

Методы исследования. В диссертационной работе использованы методы теории функций и функционального анализа, теории рядов Фурье, теории суммирования рядов Фурье и теории приближения функций тригонометрическими полиномами.

Научная новизна исследований. Установленные в диссертации результаты являются новыми, получены автором самостоятельно и состоят в следующем:

- доказаны достаточные и необходимые условия абсолютной сходимости двойных рядов Фурье почти-периодических в смысле Безиковича функций, когда: а) их спектр имеет единственную предельную точку в бесконечности; б) их спектр имеет единственную предельную точку в нуле;
- получены критерии абсолютной суммируемости двойных рядов Фурье почти-периодических в смысле Безиковича функций, когда: а) их спектр имеет единственную предельную точку в бесконечности; б) их спектр имеет единственную предельную точку в нуле;
- исследован вопрос об абсолютной чезаровской суммируемости двойных рядов Фурье в терминах поведения коэффициентов Фурье.

Теоретическая и практическая ценность работы. Работа носит как теоретический, так и практический характер. Результаты диссертационной работы могут быть применены в теории рядов Фурье и специальных разделах теории функций.

SUMMARY

of the thesis of Safarzoda Eshmati Khotam "Absolute convergence and summability of double Fourier series of almost periodic functions", presented for the scientific degree of candidate of physical and mathematical sciences in specialty 01.01.01 - real, complex and functional analysis

Keywords: almost-periodic functions, Fourier series, spectrum of a function, Fourier coefficients, Fourier exponents, modulus of continuity, averaging module, unique limit point.

Work objective. The main goal of the dissertation work is to identify the necessary and sufficient conditions for the absolute convergence and summability of double Fourier series of functions that are almost periodic in the sense of Besicovich, when a) their spectrum has a single limit point at infinity; b) their spectrum has a single limit point at zero, that is, the results obtained in the one-dimensional case were obtained by Khasanov Yu.Kh.

Research methods. In the dissertation work uses methods of the theory of functions and functional analysis, the theory of Fourier series, the theory of summation of Fourier series and the theory of approximation of functions by trigonometric polynomials.

Scientific novelty. The established results in the dissertation are new, obtained by the author independently and are as follows:

- necessary and sufficient conditions for the absolute convergence of double Fourier series of the class of almost periodic functions in the sense of Besicovich are proved, when a) their spectrum has a single limit point at infinity; b) their spectrum has a single limit point at zero;
- criteria for the absolute summability of double Fourier series of the class of almost periodic functions in the sense of Besicovich are obtained, when a) their spectrum has a single limit point at infinity; b) their spectrum has a single limit point at zero;
- the question of the absolute summability of double Fourier series is studied in terms of the behavior of the Fourier coefficients.

Theoretical and practical value. The work is both theoretical and practical. The results of the dissertation work can be applied in the theory of Fourier series and special sections of the theory of functions.