

ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертационную работу Сафарзода Эшмати Хотам «Абсолютная сходимость и суммируемость двойных рядов Фурье почти-периодических функций», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 – «Вещественный, комплексный и функциональный анализ»

Актуальность темы исследования. К настоящему времени достаточно хорошо развита теория рядов Фурье периодических функций одной и нескольких переменных. В то же время, о классе почти-периодических функций известно гораздо меньше. В значительной степени такое положение дел связано с большими трудностями, возникающими при изучении таких функций. Диссертация Сафарзода Э.Х., посвящена исследованию этого важного раздела гармонического анализа.

Ряд необходимых и достаточных условий абсолютной сходимости и суммируемости рядов Фурье различных классов почти-периодических функций изучены в работах Ю. Муселиака, Б.М. Левитана, Н.П. Купцова, Я.Г. Пригулы Е.А. Бредихиной, А.С. Джафарова, Г.А. Мамедова, М.Ф. Тимана, Ю.Х. Хасанова и др.

Актуальность темы диссертационной работы определяется тем, что несмотря на громоздкие математические операции, в ней изучены и исследованы признаки абсолютной сходимости и чезаровской суммируемости двойных рядов Фурье почти-периодических в смысле Безиковича функций, когда показатели Фурье удовлетворяют определенные условия. Также найдены достаточные условия абсолютной чезаровской суммируемости двойных рядов Фурье почти-периодических функций Безиковича, в терминах поведения коэффициентов Фурье, т.е. гладкости функции не требуется.

Оценка содержания диссертации. Диссертация Сафарзода Э.Х. включает в себя введения, трех глав, заключения, списка литературы из 125 источников, и она изложена на 132 страницах компьютерного набора.

Во введении обосновывается актуальность темы диссертационной работы, исторический обзор результатов, полученных другими авторами и автором диссертации, приводятся основные результаты работы и ее общая характеристика.

Первая глава диссертационной работы ознакомит нас с основными результатами, которые получены другими математиками, исследовавшие сходимость и суммируемость, как в одномерном, так и в многомерном

случаях периодических и различных классов почти-периодических функций. Приведены основные результаты исследований Б.М.Левитана, Е.А.Бредихиной, Н.П.Купцова, Я.Г.Притулы, Ю.Муселиака, А.С.Джафарова и Г.А.Мамедова, Хасанова Ю.Х., а в случае кратных рядов Фурье результаты В.Г.Челидзе, М.Ф.Тимана, И.Е.Жака, Ю.А.Пономаренко и других.

Во второй главе найдены ряд необходимых и достаточных условий абсолютной сходимости двойных рядов Фурье по Безиковичу. Доказаны ряд теорем (теорем 1.2.1, 1.3.3 и 1.4.1.), утверждения которых показывают какие свойства функции $f(x_1, x_2)$ по каждой из переменных в отдельности обеспечивают абсолютную сходимость её двойного тригонометрического ряда Фурье, когда показатели Фурье имеют единственную предельную точку в бесконечности или в нуле. При этом, соответственно, в качестве структурных характеристик рассматриваемых функций, использованы модуль непрерывности высшего порядка или модуль усреднения. Для доказательства этих утверждений автору пришлось установить достаточно тонкие взаимосвязи между параметрами, входящими в условия теорем.

Глава 3 диссертации посвящена проблемам абсолютной чезаровской суммируемости двойных рядов Фурье почти-периодических функций. Суммируемость рядов вида

$$\sum_{n_1=0}^{\infty} \sum_{n_2=0}^{\infty} |A_{n_1, n_2}| \quad (1)$$

функции $f(x_1, x_2) \in B_2^{(2)}$, при использовании условий

$$\lambda_{-n_j}^{(j)} = -\lambda_{n_j}^{(j)}; \quad |\lambda_{n_{j-1}}^{(j-1)}| > |\lambda_{n_j}^{(j)}|; \quad \lim_{n_j \rightarrow \infty} \lambda_{n_j}^{(j)} = \infty \quad (j = 1, 2),$$

для спектра $\{\lambda_{n_j}^{(j)}\}$ ($j = 1, 2$) функции $f(x_1, x_2) \in B_2^{(2)}$, исследуется в теоремах 3.1.5 и 3.1.6, то есть доказаны $|C; \alpha_1, \alpha_2|$ - суммируемость при $0 < \alpha_i \leq \frac{1}{2}$, $i = 1, 2$ и $|C; \alpha_1, \alpha_2|$ - суммируемость при $\alpha_i > \frac{1}{2}$, $i = 1, 2$. Также показано, что в какой степени условия теоремы являются необходимыми. В теоремах 3.2.1. и 3.2.2 исследуется ряд вида (1) функции $f(x_1, x_2) \in B_2^{(2)}$, при выполнении условий

$$\lambda_{-n_j}^{(j)} = -\lambda_{n_j}^{(j)}; \quad |\lambda_{n_j}^{(j)}| > |\lambda_{n_{j+1}}^{(j+1)}|; \quad \lim_{n_j \rightarrow \infty} \lambda_{n_j}^{(j)} = 0 \quad (j = 1, 2).$$

Подобные результаты получены, также в терминах поведения коэффициентов Фурье.

Новизна полученных результатов. Основными результатами диссертационной работы являются:

1. доказаны теоремы, которые обеспечивают необходимые и достаточные условия абсолютной сходимости двойных рядов Фурье почти-периодических функций двух переменных Безиковича, в случае, когда спектр рассматриваемой функции имеет единственную предельную точку в бесконечности или единственную предельную точку в нуле;

2. установлены достаточные условия абсолютной суммируемости двойных рядов Фурье почти-периодических в смысле Безиковича функций, для различных степеней суммируемости α ($-1 \leq \alpha \leq \frac{1}{2}$) и различных предельных точек спектра функции. Более того найдены новые признаки абсолютной чезаровской суммируемости двойных рядов Фурье в терминах поведения коэффициентов Фурье, где дополнительные условия гладкости функций в утверждениях не требуются.

Степень достоверности и апробация результатов исследования.

Все результаты, которые получены в диссертационной работе, снабжены полными и аккуратными доказательствами, с помощью общих методов теории рядов Фурье, функционального анализа и теории почти-периодических функций. Достоверность и новизна полученных автором результатов не вызывают сомнений.

Основные положения результаты автора диссертации обсуждались на международных научных конференциях, проходивших в Республике Таджикистан и Российской Федерации. Они опубликованы в научных журналах, в том числе из них 6 публикации в журналах из перечня, рецензируемых научных журналов и изданий, рекомендованных ВАК при Президенте Республики Таджикистан.

Теоретическая и практическая значимость полученных результатов. Результаты, полученные в диссертационной работе, носят теоретический и практический характеры, и они могут быть применены в дальнейшем развитии теории кратных рядов Фурье почти-периодических функций нескольких переменных. А также эти результаты могут быть использованы при чтении специальных курсов по специальности «Математика» для студентов, магистрантов и аспирантов высших учебных заведений.

Замечания по содержанию и оформлению диссертации. К недостаткам диссертации можно отнести следующие:

1. В диссертации на страницах 14, в определении 1.1.1 вместо $f(x_{i+1}, y_j)$ написана $f(x_{i-1}, y_j)$, а на странице 16 снизу в 11-ой строке вместо $f(x_1, x_2)$ написана $f(x_1, x_2, \dots, x_k)$.

2. На странице 55 диссертации сверху в первой строке вместо $f(x)$ написана $t(x)$.

3. В диссертации на странице 98, в определении 3,3,1 при написании двойной суммы вместо $m \geq 1, n \geq 1$ написана $m \geq 0, n \geq 0$.

Соответствие автореферата основному содержанию диссертации.

Автореферат достаточно полно отражает содержание диссертации и оформление диссертации и автореферата соответствуют требованиям.

Заключение о соответствии диссертации критериям, установленным «Положением о присуждении учёных степеней». На основании вышеизложенного считаю, что диссертационная работа «Абсолютная сходимость и суммируемость двойных рядов Фурье почти-периодических функций» отвечает всем требованиям ВАК при Президенте Республики Таджикистан, и ее автор Сафарзода Э.Х. заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 – «Вещественный, комплексный и функциональный анализ».

Официальный оппонент: Сафаров Джумабой,
член Диссертационного совета 6D.KOA-09
по специальности 01.01.01 – Вещественный,
комплексный и функциональный анализ,
доктор физико-математических наук по специальности
01.01.02 - Дифференциальные уравнения, оптимальное
управление и динамические системы

24.02.2023

Место работы:

Профессор кафедры математического анализа и дифференциальных уравнений Бохтарского государственного университета имени Н.Хусрава,

Адрес: 735140, г. Бохтар, ул. Айни, дом 67,

Телефон: +992 (3422) 2-22-53

Веб-сайт: <http://www.ktsu.edu.tj>

E-mail: ktsu78@mail.tj

Подпись Дж.Сафарова подтверждаю
Начальник ОК БГУ и СЧ им.Н.Хусрава



Сафарзода Дж.А.