

Отзыв официального оппонента на диссертацию Собирова
Абдушукура Абдурасуловича «Асимптотическая формула в
проблеме Эстермана для кубов простых чисел с почти равными
слагаемыми», представленную на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук по специальности
01.01.06 — Математическая логика, алгебра и теории чисел

Актуальность темы диссертации. Диссертация А.А.Собирова посвящена изучению коротких линейных и кубических тригонометрических сумм Г.Вейля с простыми числами и их приложений в обобщении проблемы Эстермана для кубов простых чисел, при условии, что слагаемые почти равны, являющейся исследованием в области аддитивной теории чисел. Основной задачей аддитивной теории чисел является вопрос о представлении некоторой последовательности натуральных чисел суммой ограниченного количества слагаемых заданного вида. Классическими примерами подобных задач являются тернарная проблема Гольдбаха, бинарная проблема Гольдбаха, проблема Варинга, проблема Варинга – Гольдбаха и теорема Эстермана, которым посвящены фундаментальные работы Лагранжа, Харди, Литлвуда, И.М.Виноградова, Ю.В.Линника, Т.Эстермана, Давенпорта, Чена, А.А.Карацубы, Г.И.Архипова, В.Н.Чубарикова, Вона, Вули и других.

Начиная со второй половины прошлого века аддитивные задачи стали рассматриваться с более жёсткими условиями, а именно, когда слагаемые почти равны. Первой решённой задачей такого типа является тернарная проблема Гольдбаха с почти равными слагаемыми, принадлежащая Хазелгрову, результат которого последовательно улучшили Статулявичус, Пан Чен-донг и Пан Чен-бяо, Ж.Тао, З.Х.Рахмонов и Цзя Чаохуа. Выводу асимптотической формулы в проблеме Эстермана с почти равными слагаемыми посвящены работы З.Х.Рахмонова, Дж.А.Шокамоловой, Д.М.Фозиловой, А.О.Рахимова. Китайские математики Ж.Тао и Дж. Лю доказали теорему Хуа Ло Гена о представимости достаточно большого натурального числа N , $N \equiv 5 \pmod{24}$ в виде суммы пяти квадратов простых чисел в случае, когда эти слагаемые почти

равны. Они также решили проблему Эстермана для квадратов простых чисел при условии, что слагаемые почти равны.

Рассматриваемая в работе А.А.Собирова задача о представлении достаточно большого натурального числа N , в виде суммы трёх почти равных слагаемых два которых простые числа, а третье куб простого числа в сравнении с задачей, которую решили Ж.Тао и Дж. Лю, является более сложной, потому, что последовательность $p_1 + p_2 + p_2^3$, является менее плотной.

Оценка содержания диссертации. Диссертационная работа занимает 128 страниц, и состоит из списка обозначений, введения, общей характеристики работы, трёх глав, обсуждения полученных результатов, выводов, рекомендаций по практическому использованию результатов и списка литературы, насчитывающего 138 наименований.

Во введении обосновываются актуальность темы и степень её научной разработанности, формулируются цель исследования, задачи исследования, а также приведены научная новизна исследования, и положения, выносимые на защиту.

Первая глава посвящена обзору изученной литературы по теме диссертационной работы, основным методам исследования и состоит из двух параграфов.

Вторая глава состоит из пяти параграфов. Первый и второй параграфы посвящены постановке проблемы и известным леммам, которые применяются в последующих параграфах.

Третий и четвёртый параграфы посвящены коротким линейным и кубическим тригонометрическим суммам с простыми числами вида

$$S_k(\alpha; x, y) = \sum_{x-y < n \leq x} \Lambda(n) e(\alpha n^k).$$

В случае $k = 1$ и $k = 3$ для этих сумм при $y \geq x^{\frac{5}{8}} \mathcal{L}^{1.5A+0.25b+18}$, $A \geq 0$ и $b \geq 0$ — фиксированные числа, доказаны асимптотические формулы в малой окрестности $\lambda \leq (18\pi xy^2)^{-1}$ центров больших дуг

$$\mathfrak{M}(\mathcal{L}^b) = \left\{ \alpha : \alpha = \frac{a}{q} + \lambda, \quad (a, q) = 1, \quad 1 \leq q \leq \mathcal{L}^b \right\},$$

что является уточнением результатов китайских математиков Дж.Лю и Ж.Тао для сумм вида $S_k(\alpha; x, y)$ при $k = 1$ и $k = 3$.

В пятом параграфе, воспользовавшись плотностной теоремой для нулей L -функций Дирихле в узких прямоугольниках критической полосы, являющихся следствием теоремы о втором моменте L -функций Дирихле в критической прямой, получена нетривиальная оценка коротких кубических тригонометрических сумм с простыми числами $S_3(\alpha; x, y)$ при $y \geq x^{1-\frac{1}{5+\eta_3}} \mathcal{L}^{c_3}$, $\eta_3 = \frac{2}{7+4\sqrt{3}}$, $c_3 = c_3(b_1) > 0$ в больших дугах $\mathcal{M}(\mathcal{L}^b)$ за исключением малой окрестности их центров при $\tau = y^5 x^{-2} \mathcal{L}_x^{-b_1}$.

В третьей главе доказана асимптотическая формула в обобщении проблемы Эстермана для кубов простых чисел с почти равными слагаемыми, то есть при $H \geq N^{1-\frac{1}{15+3\eta_3}} \mathcal{L}_3^{c_3}$ для количества представлений достаточно большого натурального числа N в виде

$$p_1 + p_2 + p_3^2 = N, \quad \left| p_i - \frac{N}{3} \right| \leq H, \quad i = 1, 2, \quad \left| p_3^k - \frac{N}{3} \right| \leq H,$$

воспользовавшись круговым методом Харди, Литтлвуда, Рамануджана в форме тригонометрических сумм И.М.Виноградова и, используя результаты предыдущих глав, найдена асимптотическая формула.

Новизна полученных результатов. Новыми результатами полученными в диссертационной работе являются:

- получена асимптотическая формула с остаточным членом для коротких линейных тригонометрических сумм Германа Вейля с простыми числами в малых окрестностях центра больших дуг;
- получена асимптотическая формула с остаточным членом для коротких кубических тригонометрических сумм Германа Вейля с простыми числами в малых окрестностях центра больших дуг;
- найдена нетривиальная оценка коротких кубических тригонометрических сумм с простыми числами в больших дугах кроме малых окрестностей их центров;

- получена асимптотическая формула для числа представлений достаточно большого натурального числа в виде суммы двух простых чисел и куба простого числа, при условии, что они почти равны.

Степень достоверности и апробация результатов исследования.

Научные положения, выводы и рекомендации, приведённые в диссертации являются обоснованными, снабжены корректными математическими доказательствами с применением современных методов аналитической теории чисел и математического анализа, что свидетельствует об их достоверности.

Основные результаты диссертации неоднократно обсуждались на международных научных конференциях, проходивших в Республике Таджикистан и в Республике Узбекистан. Они опубликованы в научной печати, в том числе, в 4 публикациях в журналах из перечня рецензируемых научных журналов и изданий, рекомендованных ВАК при Президенте Республики Таджикистан, в которых материалы диссертации отражены достаточно полно.

Теоретическая и практическая значимость полученных автором результатов. Основные результаты диссертации носят теоретический характер. Они могут быть использованы в научных институтах и организациях, занимающихся тригонометрическими функциями, в том числе в Математическом институте им. В.А. Стеклова Российской Академии наук, Институте математики им. А. Джураева НАН Таджикистана, в Таджикском национальном университете, в Таджикском государственном педагогическом университете им. С. Айни и в других учебных заведениях в учебном процессе при чтении спецкурсов


Соответствие автореферата основному содержанию диссертации. Автореферат диссертации правильно и полно отражает содержание, актуальность темы исследования, новизну и значимость полученных результатов, содержит все основные положения и выводы. Диссертация и автореферат оформлены в соответствии с существующими требованиями

Замечания по содержанию и оформлению диссертации. В диссертации имеются отдельные опечатки и стилистические погрешности, например:

- стр. 40, строки 1 снизу: вместо “запятая ” должна быть “точка”;
- стр. 81, строка 8 сверху: вместо “лемме ??” должно быть “лемме 1 ([42], стр. 55)”;
- стр. 88, строка 3 вместо второго знака “=” должен быть знак “<<”,

однако они не влияют на положительную оценку диссертационной работы.

Заключение о соответствии диссертации критериям, установленным «Положением о присуждении учёных степеней». Диссертационная работа «Асимптотическая формула в проблеме Эстермана для кубов простых чисел с почти равными слагаемыми», представленная на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук является научно-квалификационной работой, в которой содержатся решения задач, имеющих существенное значение для аналитической теории чисел, и полностью соответствует всем требованиям ВАК при Президенте Республики Таджикистан, а её автор Собирова Абдушукура Абдурасуловича заслуживает присуждения ему учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.06 – Математическая логика, алгебра и теория чисел.

Официальный оппонент: Чариев Умидилла, 
кандидат физико-математических наук по специальности
01.01.06 — Математическая логика, алгебра и теории чисел,
доцент кафедры алгебры и теории чисел Таджикского
государственного педагогического университета им. С. Айни

Адрес: 734003, г. Душанбе, проспект Рудаки 121,
тел.: 934577727, e-mail: umidchoryev@mail.ru

Подпись Умидилла Чариева удостоверяю
Начальник ОК и СЧ ТГПУ им. Айни

24.02.2023г.



Мустафозода А.